

# La problemática en la determinación de los diferenciales de crédito para las entidades privadas que no poseen una calificación crediticia

Autores:

Dra. Paula Morales Bañuelos  
Dr. Francisco Guijarro Martínez  
Dr. Janko Hernández Cortés

## Resumen

El objetivo de esta investigación es demostrar la necesidad de establecer diferenciales de crédito acordes con el riesgo de incumplimiento. Por lo cual, se describen teóricamente los modelos utilizados para determinar las probabilidades de incumplimiento, las probabilidades neutrales de incumplimiento, los diferenciales de crédito, las tasas de recuperación. Llegando a la conclusión de que los modelos se pueden agrupar en Estructurales y de Forma Reducida. Con lo cual se puede establecer que de conformidad con las características de la estructura económica de las firmas, de los mercados financieros mexicanos y la falta de información accesible al público, resulta más factible la aplicación empírica de los modelos Estructurales.

**Palabras Clave:** Riesgo de incumplimiento, diferencial de crédito, probabilidades esperadas de incumplimiento, probabilidades (intensidades) neutrales de incumplimiento,

## 1. Introducción

La naturaleza de las empresas obliga a que se deba pagar o estar dispuesto a pagar un precio por los bienes y servicios que serán utilizados en las actividades del negocio, cualquiera que sea el giro de que se trate. Por lo anterior, es evidente que las empresas requieren de recursos financieros que les permitan realizar los pagos necesarios para el desempeño de sus actividades.

Como es bien sabido, existen tres fuentes principales de financiamiento: los recursos internos generados por la misma entidad, los aportados por los socios de la empresa y los obtenidos a través de la figura de la deuda.

Generalmente, una empresa se endeuda de acuerdo con las características de los productos o servicios ofrecidos, la etapa comercial del negocio, el tipo de mercado donde se encuentra la empresa, restricciones legales y fiscales, entre otros.

De acuerdo con la calificación otorgada por la empresa calificadora o por la institución de crédito, éstas establecen la tasa de interés que debe fijarse sobre los préstamos que se van a otorgar o el rendimiento a vencimiento que debe dar el bono que emita la entidad que se va a financiar. En términos generales la calificación crediticia determina el costo de oportunidad de la deuda; sin embargo, la mayor parte de las empresas privadas medianas y pequeñas que no cotizan en las bolsas de valores, no poseen la capacidad económica para ser calificadas por una entidad especializada, generalmente son las empresas que cotizan en bolsas de valores o con fuerte poder adquisitivo las que tienen acceso ser calificadas por empresas especializadas, como por ejemplo *Moody's Investor Service* (en adelante *Moody's*), ya que los honorarios de estas entidades son muy altos. En

contraste, una gran parte de las empresas privadas no poseen la capacidad económica para contratar los servicios de una entidad calificadora, por lo cual, les resulta sumamente complicado determinar el verdadero costo de oportunidad de la deuda.

Este problema se acentúa cuando los préstamos se realizan entre partes relacionadas y no se cuenta con la calificación crediticia de la entidad emisora del instrumento de deuda, ya que en estos casos, la transacción pudiera encontrarse afectada por los diferentes intereses económicos de las partes, teniendo como consecuencia la fijación de un diferencial de crédito que no cumpliera con el principio de valor de mercado.

Derivado de lo anterior, el objetivo de este análisis es introducir al lector en los tipos de riesgo que existen en la economía, enfocando el presente trabajo en el riesgo de crédito, el cual debe impactar en la fijación de los costos de financiamiento de los préstamos. Asimismo se busca exponer las metodologías propuestas en la literatura para estimar dichos costos, sobre qué datos se han aplicado y cuáles han sido sus resultados. Finalmente se pretende encontrar la manera de adaptar estos modelos en una economía emergente, como es el caso de la mexicana, tomando en consideración las características del tejido empresarial, la situación de la entidades en dicho país, así como las posibles dificultades que se podrían afrontar al aplicar estas metodologías a diferencia de los estudios que se han efectuado con anterioridad en otros países.

En consecuencia, el presente trabajo se encuentra organizado de la siguiente manera: en la Sección 2 se hace una presentación teórica de algunos de los modelos Estructurales medulares para la fijación de los diferenciales de crédito. En la Sección 3 se presentan los resultados derivados de estudios previos efectuados en los mercados desarrollados. La Sección 4 presenta un análisis taxonómico de la estructura del mercado financiero mexicano, así como una evaluación de las razones financieras de algunas entidades que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores. Finalmente, en la Sección 5 se presentan las conclusiones de la investigación así como las posibles líneas de investigación futuras.

## **2. Modelos Teóricos**

El objetivo de esta sección es describir los términos que serán utilizados a lo largo de este trabajo, los tipos de riesgos, sus características y el impacto de los mismos sobre las entidades, adicionalmente se explicarán teóricamente los modelos enunciados a continuación para convertir las probabilidades neutrales de incumplimiento en diferencial de crédito:

1. Vasicek-Kealhofer (VK) y Modelo de Merton.
2. *Brownian Motion Model* (BM).
3. *Power Law Brownian Motion Model* (PLBM).

Asimismo, se explica brevemente como el sistema desarrollado por Moody's calcula las probabilidades esperadas de incumplimiento (conocidas por sus siglas en inglés como *EDF Expected Default Frequencies*).

### **2.1 Terminología**

Debido a la fuerte globalización entre países y mercados financieros, así como al gran incremento en la complejidad de las transacciones, resulta indispensable que las organizaciones deban tomar

riesgos para poder sobrevivir y prosperar. De acuerdo con Hull (2007) “la administración del riesgo consiste principalmente en que ésta deba responsabilizarse en entender el portafolio de riesgos que la compañía actualmente está tomando así como los que piensa tomar en el futuro, con lo cual se puede decidir si se deben considerar esos riesgos y las acciones que se debe tomar”.

Duffie y Singleton (2003) dividen los riesgos que pueden afrontar principalmente las entidades financieras en cinco categorías:

- i. Riesgo de Mercado, es el riesgo de un cambio inesperado en los precios o tasas.
- ii. Riesgo de Crédito, es el riesgo de cambios en el valor asociado a cambios inesperados en la calidad crediticia.
- iii. Riesgo de Liquidez, es el riesgo derivado de los costos de ajustar posiciones financieras, el cual podría incrementar substancialmente e incluso perder el acceso al financiamiento.
- iv. Riesgo Operativo, es el riesgo de fraude, de fallas en el sistema, errores de negociación, así como cualquier otro factor interno a la organización.
- v. Riesgo Sistemático, es el riesgo de caídas en la liquidez de los mercados o reacciones en cadena de incumplimientos.

Las medidas de riesgo dependen del horizonte de tiempo, de la liquidez evaluada a través de los estados financieros de las empresas y por supuesto del estado de la economía. Es por ello que los administradores de riesgo se enfocan en la distribución condicional de las utilidades y pérdidas actuales, así como el pronóstico de los valores de mercado, volatilidades y correlaciones.

Básicamente el riesgo de crédito, se encuentra incluido en el riesgo de mercado, ya que el primero es una de las fuentes del segundo. Derivado de lo anterior, esta investigación se enfocará en la evaluación del riesgo de crédito.

De acuerdo con Duffie y Singleton (2003) los principales factores para fijar el riesgo de crédito e implantar los sistemas de medición de riesgo son los siguientes: (1) las fuentes de riesgo deben ser examinadas junto con su probabilidad conjunta; (2) las metodologías para evaluar el cambio en las calificaciones de crédito así como el impacto del incumplimiento de otras compañías.

El riesgo de incumplimiento ocupa un rol central en la fijación del precio y en la cobertura del riesgo de crédito. Moody's define el incumplimiento como: (a) el incumplimiento o retraso en el pago, (b) que la empresa se declare en bancarrota y (c) la reestructura de la cantidad o una disminución de los pagos.

Por otro lado, la probabilidad de incumplimiento representa la posibilidad de que el valor de los activos se encuentre por debajo del punto de incumplimiento (Crosbie y Bohn (2003) definen el punto de incumplimiento cuando el valor de la firma oscila entre el monto de los pasivos de corto y largo plazo).

Por su parte, la empresa calificadora Moody's, desarrolló un sistema que otorga al usuario la frecuencia esperada de pago. Este resultado describe la probabilidad anual de incumplimiento para el siguiente año.

Moody's cuenta con una base de datos de más de 250,000 compañías a lo largo de diferentes periodos, así como 4,700 incidentes de incumplimiento o bancarrota de diversos países. Con esta

información calcularon la distancia de incumplimiento, el diagrama de frecuencias de empresas que se han ido a la quiebra y la probabilidad de incumplimiento.

Con estos datos y la situación financiera de la empresa bajo análisis, el sistema de Moody's otorga una calificación crediticia a los diferentes emisores.

De acuerdo con Moody's, la mejor calificación que puede obtener una organización y/o un instrumento es Aaa, lo cual significaría que no existe la menor posibilidad de que la organización no pague a sus deudores. En segundo lugar, se encuentra una calificación de Aa, seguido en orden de menor a mayor riesgo, por A, Baa, Ba, B y Caa.

Con el objeto de crear un análisis más fino, esta calificadora segmentó cada categoría en Aa1, Aa2, Aa3, A1, A2, A3 y así sucesivamente hasta llegar a la de mayor riesgo Caa.

### 2.1.1 Probabilidades reales de incumplimiento, Probabilidad condicional de incumplimiento y cálculo de la tasa de recuperación (R)

Las probabilidades de incumplimiento implícitas en los rendimientos de los bonos son las probabilidades neutrales de incumplimiento, mientras que las probabilidades reales de incumplimiento se derivan de la información histórica de las empresas que a lo largo del tiempo han caído en incumplimiento (en algunas ocasiones llamadas probabilidades físicas) obtenidas a través de los diagramas de frecuencia.

Hull (2008), define a las probabilidades reales condicionales de incumplimiento como la posibilidad de que una entidad incumpla entre el tiempo  $t$  y  $t + \Delta t$  dado que pagó anteriormente. A esta probabilidad se le conoce como la intensidad de incumplimiento (*default intensity*) o *harzard rate* en el tiempo  $t$ . Donde  $\bar{\lambda}$  representa la intensidad de incumplimiento promedio entre en tiempo 0 y el tiempo  $t$ .

Asimismo, si se denota a la probabilidad de incumplimiento real en el tiempo  $t$  como  $Q(t)$ , se obtendría que:

$$Q(t) = 1 - e^{-\bar{\lambda}t} \quad (2.1)$$

Bajo lo cual, se podría despejar a la intensidad de incumplimiento promedio como se muestra a continuación:

$$\bar{\lambda} = -\frac{\ln(1-Q(t))}{t} \quad (2.2)$$

Si además, se expresa a la EDF como  $P(t)$  y bajo el supuesto de que  $P(t) = Q(t)$ , entonces la ecuación anterior podría definirse de la siguiente manera:

$$\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_p = -\frac{\ln(1-P(t))}{t} = -\frac{\ln(1-EDF)}{t} \quad (2.3)$$

Adicionalmente, Hull (2008) propone una forma de calcular la probabilidad neutral de incumplimiento condicional por año, dado que la entidad no incumplió previamente. Esta

aproximación parte de la premisa de que la única razón por la cual un bono corporativo se puede vender a precio inferior que un bono libre de riesgo con las mismas características, es por la posibilidad de incumplimiento en el pago del primero. Derivado de lo cual, esta probabilidad de incumplimiento se calcularía de la siguiente manera:

$$\bar{\lambda} = \frac{s}{1-R} \quad (2.4)$$

Dada la ecuación anterior, sea  $s$  el diferencial del rendimiento del bono corporativo sobre el instrumento libre de riesgo y  $R$  es la tasa de recuperación esperada. Tomando el resultado (3.24), se puede estimar a la  $R$  de la siguiente manera:

$$R = 1 - \frac{s}{\bar{\lambda}} \quad (2.5)$$

Ahora bien, si se considera la EDF a un año así como las definiciones de  $\bar{\lambda}$  dadas por las ecuaciones (2.1)-(2.5), se pueden llegar a las siguientes aproximaciones de  $R$ :

$$R = 1 - \frac{s}{\bar{\lambda}_p(1 + \bar{Y}_{j,i} + s)} \quad (2.6)$$

$$R = 1 - \frac{s}{\bar{\lambda}_p(1 + \bar{Y}_{j,i})} \quad (2.7)$$

### 2.1.2 Tipos de modelos para determinar los diferenciales de crédito

Una vez que se han explicado algunos de los términos que se utilizarán a lo largo de esta investigación, en esta sección se expondrán las categorías de modelos que existen para determinar los diferenciales de crédito así como las probabilidades reales y neutrales de incumplimientos.

Básicamente se dividen en Estadísticos, Estructurales y de Forma Reducida. Los modelos estadísticos se basan fundamentalmente en herramientas estadísticas, como la regresión, considerando como variables independientes las razones financieras contables y como variable dependiente la predicción del incumplimiento.

Altman (1968) fue de los primeros investigadores en esta área, dicho autor desarrolló el modelo conocido como *Z-score*, donde incluyó los siguientes factores explicativos:

- $X_1$ , Capital de trabajo/ Activos totales.
- $X_2$ , Utilidades acumuladas/Activos totales.
- $X_3$ , Utilidad antes de intereses e impuestos/Activos totales.
- $X_4$ , Valor de mercado del capital accionario/Valor en libros de la deuda.
- $X_5$ , Ventas/Activos totales.

Altman utilizó una muestra de 66 empresas que cotizaban en las bolsas de valores durante el año de 1968. Concluyendo que si el valor del estadístico *Z-score* es mayor a 3, resulta muy poco probable que la empresa caiga en incumplimiento; en cambio si éste se encuentra en el rango de 3 a 2.7, la entidad deberá estar alerta; si el estadístico oscila entre 1.8 y 2.7 existen altas probabilidades de

incumplimiento y finalmente si el Z-score es menor a 1.8 la probabilidad de incumplimiento es muy alta.

No obstante, como lo mencionan Cossin y Pirotte (2001), el problema de estos modelos es su completa dependencia de los datos históricos, por lo que pronostican sus expectativas de incumplimiento en función a la información pasada. Al igual que el modelo de valuación de las opciones financieras, la teoría del riesgo de crédito se basa en la economía financiera, la cual fue desarrollada a principios del año de 1974 como una aplicación del análisis de activos contingentes.

Merton (1974) comenzó con un modelo relativamente simple, éste se basa en la estructura de la firma. Es por ello que se les denominan Estructurales ya que se fundamentan en la división del valor de la firma ( $V$ ) entre los accionistas y acreedores, En resumen, la idea es utilizar la valuación de opciones para estimar el diferencial de crédito asociado con el riesgo de incumplimiento.

Bajo este método resulta posible analizar y evaluar el impacto sobre el diferencial de crédito originado por variaciones en la volatilidad de los activos, en la volatilidad de la tasa de interés, diferentes vencimientos, etc.

De conformidad con Cossin y Pirotte algunas de las ventajas de los modelos Estructurales son las que se presentan a continuación:

- La posibilidad de conocer el contexto económico bajo el cual se dio el incumplimiento así como la clara definición del mismo.
- La posibilidad de relacionar la valuación de las opciones financieras, permitiendo: i) una fácil estructura de fijación de precios; ii) una aleatoriedad no determinística del evento de incumplimiento, debido a que la formulación de todo el proceso depende del valor de los activos y iii) el uso de la relación con las opciones de manera que se puede vincular el valor de los accionistas y acreedores de forma que se pueden inferir los parámetros de los datos reales de mercado.

Al igual que Cossin y Pirotte, Duffie y Singleton (2003) consideran que los modelos Estructurales tienen su origen en la noción de solvencia de acuerdo con los datos del balance general y el incumplimiento ocurre cuando el importe de los activos es muy pequeño en relación al valor de los pasivos. Asimismo, Duffie y Singleton comienzan con el clásico modelo de Black y Scholes (1973) y Merton (1974), bajo el cual el incumplimiento ocurre al vencimiento de la deuda y bajo el supuesto de que éste ocurre al momento en el que el valor de los activos de una firma caen por debajo de cierto límite, siendo dicho límite el valor nominal de las deudas.

Los Estructurales fundamentan la fijación del diferencial de crédito modelando estocásticamente la trayectoria de los rubros del balance general del emisor del instrumento de deuda.

Duffie y Singleton (2003) comentan que la diferencia primordial entre los modelos Estructurales y los de Forma Reducida, radica en que el primero se llega al incumplimiento cuando el valor de los activos es inferior al valor de sus deudas, mientras que los segundos se basan en asumir la forma de la intensidad de incumplimiento. Es decir se modela la trayectoria del proceso de la intensidad de incumplimiento neutral al riesgo, la cual podría fluctuar de forma aleatoria en el tiempo, conforme se obtiene mayor información del mercado.

Por su parte, Cossin y Pirotte (2001) establecen que los modelos de Forma Reducida, en oposición con los Estructurales, trabajan directamente con la probabilidad de incumplimiento, pero como una variable exógena, calibrada sobre algunos datos; de hecho, el nombre de Forma Reducida proviene de la reducción de los factores de crédito económicos que se encuentran detrás de la probabilidad de incumplimiento. En estos modelos el evento de incumplimiento es impredecible, por lo que se asume que éste se comporta como un proceso de brinco. Algunos investigadores los modelan en tiempo discreto y otros en tiempo continuo.

Asimismo en este modelo existe independencia entre la tasa libre de riesgo y la intensidad neutral de incumplimiento; sin embargo, los parámetros que definen a la intensidad neutral de incumplimiento son su tasa de reversión a la media, la tasa a la cual la intensidad efectúa brincos, la tasa media a arriba a los brincos, suponiendo que son una distribución Poisson y la media del tamaño de los brincos, asumiendo que éstos se distribuyen como una exponencial.

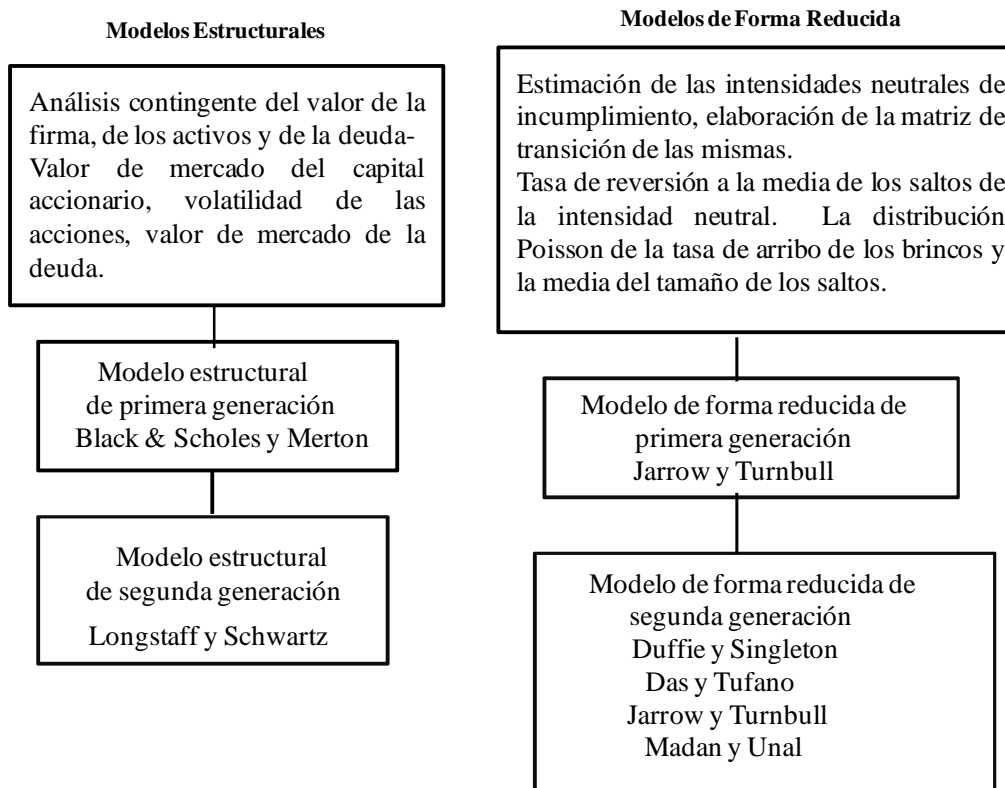
Adicionalmente, en los modelos de Forma Reducida no se ha probado empíricamente si se puede convertir fácilmente la intensidad de incumplimiento en una intensidad neutral tomando la información histórica sobre la incidencia al incumplimiento y el diferencial de crédito.

En contraste, en el caso de los modelos Estructurales, el mapeo entre las intensidades reales y las neutras se realizan enfocándose en los modelos de Black & Scholes y Merton. Derivado de ello, el valor total de la firma se modela como un proceso de difusión log-normal.

Cabe resaltar las limitantes que Anderson y Sundaresan (2000) mencionan acerca sobre los modelos de Forma Reducida: i) dependen los resultados de la forma funcional establecida por cada autor; ii) en muchos casos no existen valores objetivos confiables; y iii) no consideran que los incumplimientos de otras firmas pudieran encontrarse correlacionados.

A continuación se presenta una figura donde se evidencia la diferencia entre los factores necesarios para el desarrollo de los modelos Estructurales y los de Forma Reducida.

**Figura 1. Diagrama de árbol de los modelos de valoración para títulos de crédito con riesgo de incumplimiento**



Como se puede observar resulta un poco más complejo el determinar los parámetros requeridos para desarrollar cualquiera de los modelos de Forma Reducida, ya que se requiere del análisis de series de tiempo del incumplimiento de diversas firmas o instrumentos para determinar las matrices de transición de las intensidades de incumplimiento, la media de los brincos

Estas dificultades acentúan para el caso de los mercados emergentes, y en particular para México, ya que resulta mucho más complicado determinar empíricamente los parámetros requeridos para aplicar los modelos de Forma Reducida por la falta de bases de datos o bien porque la información requerida no es publicada por las entidades privadas o por los bancos.

En la siguiente sección se explicará teóricamente la metodología que se debe llevar a cabo para la aplicación de algunos de los modelos Estructurales. Se seleccionaron éstos debido a la relativa facilidad de obtener los datos requeridos ya que la mayor parte provienen de los datos del balance general, de valores de mercado accesibles al público en general y de los datos del préstamo.

## 2.2 Marco conceptual de los modelos teóricos

En teoría, el costo de cualquier deuda debería tener una relación directa con la situación financiera de la entidad emisora, con la situación económica del país de origen, así como con las características de la industria donde se encuentre la firma, entre otros factores. Por lo cual, resulta



de vital de importancia que la tasa de interés deba incorporar el riesgo de incumplimiento de cualquiera de las cláusulas del contrato de deuda perteneciente a la entidad emisora.

En el siguiente apartado se explican los algunos conceptos utilizados por el sistema de cómputo desarrollado por Moody's, ya que este sistema aplica el modelo desarrollado por Vasicek-Kealhofer (2003) para determinar, entre otros parámetros, la volatilidad implícita de los activos de la firma, así como las probabilidades reales de incumplimiento

De acuerdo con Crosbie y Bohn (2003), el riesgo de no pago o de incumplimiento se define como “la incertidumbre de que una empresa no tenga la posibilidad de cubrir su deuda” o bien como la probabilidad de que la entidad emisora no cumpla con cualquiera de las cláusulas contenidas en el contrato de deuda; no obstante, antes de que la empresa incumpla con el pago de su deuda, no existe forma exacta de discriminar a las organizaciones que van a caer en incumplimiento de las que no van a incumplir con el pago de dicha fuente de financiamiento. Por lo cual resulta necesario que se efectúe una evaluación de carácter estadístico de forma que se determine la probabilidad de incumplimiento.

Considerando lo anterior, es indispensable que las firmas ofrezcan una prima sobre la tasa libre de riesgo (diferencial), de forma tal que se compense a los acreedores por este riesgo de incumplimiento. La prima deberá ser grande si la probabilidad de incumplimiento es alta y menor cuando la probabilidad de no pago sea baja.

El riesgo de incumplimiento de una empresa se incrementa conforme el valor de los activos se aproxima al valor en libros de la deuda. En términos generales, se puede decir que una empresa cae en incumplimiento cuando el valor de los activos resulta insuficiente para pagar el importe de su deuda; sin embargo, Crosbie y Bohn (2003) encontraron que el punto de incumplimiento depende en mayor medida de la relación entre la deuda de corto plazo y la de largo plazo. De hecho es mayor la probabilidad de incumplimiento cuando las empresas se encuentran financiadas en su mayor parte con deuda de corto plazo. Lo anterior resulta lógico al considerar el hecho de que a mayor plazo, la empresa tendrá la posibilidad de obtener el flujo necesario para cubrir el importe de la deuda.

El valor neto relevante de una empresa es igual al valor de mercado de sus activos menos su punto de incumplimiento es decir:

$$\text{Valor neto de mercado de la empresa} = \text{Valor de mercado de los activos} - \text{Punto de incumplimiento} \quad (2.8)$$

De hecho, una firma cae en incumplimiento cuando su valor de mercado neto es igual a cero. Por otro lado, el riesgo de los activos es aproximado con la volatilidad de los mismos, es decir la desviación estándar del cambio porcentual en el valor de los activos durante un periodo de tiempo determinado.

De acuerdo Crosbie y Bohn, estos conceptos pueden ser combinados en una sola medida del riesgo de incumplimiento llamada **distancia al incumplimiento** (DD), la cual compara el valor neto de mercado con la desviación estándar del cambio porcentual en el valor de los activos, como se muestra en la siguiente fórmula:

$$DD = \frac{\text{Valor neto de mercado de la empresa}}{[\text{Valor de mercado de los activos}][\text{Volatilidad de los activos}]} \quad (2.9)$$

La distancia al incumplimiento combina elementos claves para la determinación del riesgo de incumplimiento: el valor de los activos de la empresa, la volatilidad de los mismos, los riesgos de la industria y del negocio, los efectos del tipo de firma, la situación geográfica y el tamaño de la compañía (estos últimos cuatro factores se encuentran incorporados en el valor de mercado de los activos).

Con base en la distancia al incumplimiento puede calcularse la probabilidad de incumplimiento, si se conoce la distribución de probabilidad de los activos de la empresa o bien, si se conoce la tasa de incumplimiento para cierta distancia al incumplimiento.

Las fuentes de información más importantes para que una empresa determine su probabilidad de incumplimiento son sus estados financieros, los precios de mercado de la deuda y del capital accionario así como sus calificaciones de riesgo emitidas por empresas calificadoras.

Esta información es importante, ya que con ella se puede aproximar el desempeño futuro de la compañía. En este sentido, de acuerdo con estudios que han realizado Crosbie y Bohn (2003), la información de mercado tiene un buen poder predictivo en la estimación de las probabilidades de incumplimiento.

En resumen, la probabilidad neutral de incumplimiento depende de seis variables: el valor actual de los activos; la distribución de probabilidad de los activos al periodo de tiempo H; la volatilidad del valor de los activos al tiempo H; el punto de incumplimiento y el valor en libros de la deuda; la tasa de crecimiento esperada en el valor de los activos al tiempo H y la longitud del horizonte de tiempo (H).

La probabilidad de incumplimiento representa la posibilidad de que el valor de los activos se encuentre por debajo del punto de incumplimiento, la cual es denotada por sus siglas en inglés como EDF (*Expected Default Frequency*) ó frecuencia esperada de incumplimiento.

La empresa calificadora Moody's, desarrolló un sistema que otorga al usuario la frecuencia esperada de pago. Este resultado describe la probabilidad anual de incumplimiento para el siguiente año.

Una vez que se ha determinado el EDF, el siguiente paso es convertir esta probabilidad en el diferencial de crédito que deben agregarse a la tasa libre de riesgo, considerando el riesgo propio de la compañía.

Además de las empresas calificadoras, los bancos poseen calificaciones internas por medio de las cuales pueden determinar las probabilidades de incumplimiento de sus clientes. Generalmente estos *ratings* internos consideran entre otros factores, razones de rentabilidad, retornos sobre la inversión, razones de liquidez, nivel de apalancamiento pero sobre todo la capacidad de la entidad para generar el efectivo necesario para cubrir sus deudas.

En el siguiente apartado se explican los modelos de Vasicek-Kealhofer (2003), el de Merton (1974), ya que la mayor parte de los Estructurales lo consideran un punto de referencia, finalmente se

explican los desarrollados por Denzler *et al.* (2005) ya que resultan relativamente sencillos de aplicar e interpretar.

## 2.3 Vasicek-Kealhofer (VK) (Cálculo de la EDF) y Modelo de Merton (Valuación del Capital como una opción)

### 2.3.1 Vasicek-Kealhofer (VK) (Cálculo de la EDF)

Como se comentó anteriormente, el EDF constituye un factor clave para el cálculo del diferencial de crédito. Para la obtención de esta probabilidad, Moody's utiliza el modelo de Vasicek-Kealhofer (VK).

Vasicek y Kealhofer (2003) extendieron el modelo de valuación de opciones financieras desarrollado originalmente por Black y Scholes (1973) y ampliado y publicado posteriormente por Merton (1974), con objeto de calcular las probabilidades neutrales de incumplimiento, el cual es conocido como Vasicek-Kealhofer (VK).

Este modelo asume que el capital accionario de la empresa es similar a una opción perpetua mientras que el punto de incumplimiento actúa como una barrea para el valor de la firma. Si el valor de los activos toca ese punto, entonces se puede decir que la empresa no podrá cumplir con el pago de la deuda.

Bajo este modelo, el importe de la deuda y del capital accionario son considerados como instrumentos derivados que dependen del valor de la empresa y bajo esta premisa se puede calcular la volatilidad implícita de mercado del valor de los activos.

El VK aprovecha la naturaleza residual del capital accionario y lo compara a una opción financiera, bajo esta premisa se puede determinar la volatilidad implícita de los activos de una empresa.

Siguiendo un esquema bastante similar al desarrollado por Merton (1974) aunque un poco más sofisticado, Moody's toma la volatilidad implícita en como punto de partida y de manera iterativa predice la volatilidad de los activos de la compañía incorporando otras variables como es el país donde se sitúa la empresa, la industria y el tamaño de la compañía.

Una vez calculada la volatilidad del valor de los activos, se puede determinar la probabilidad de incumplimiento de la siguiente manera:

$$p_t = \Pr \left[ - \frac{\ln \frac{V_0}{B_t} + \left( \mu - \frac{\sigma_v^2}{2} \right) t}{\sigma_v \sqrt{t}} \geq \varepsilon \right] \quad (2.9)$$

Donde:

- $p_t$ , es la probabilidad real de incumplimiento en el tiempo  $t$ .
- $V_0$ , es el valor de mercado de los activos de la empresa en el tiempo  $t=0$ .
- $B_t$ , es el valor en libros de la deuda de la empresa al tiempo  $t$ .
- $\mu$ , es el rendimiento esperado sobre los activos de la empresa.

- $\varepsilon$ , es el componente aleatorio de los rendimientos esperados.

El modelo de Black & Scholes (1973) asume que los rendimientos esperados sobre los activos de una empresa así como su componente aleatorio ( $\varepsilon$ ) se distribuyen como una Normal, teniendo éstos últimos una media igual a cero y una varianza igual a 1;  $\varepsilon \sim N(0,1)$ .

Derivado de lo anterior, la probabilidad de incumplimiento se podría definir en términos de una distribución normal acumulada ( $\Phi$ ), como se muestra a continuación:

$$p_t = \Phi[-DD] \quad (2.10)$$

Donde:

- DD, es la distancia al incumplimiento.

Esta distancia al incumplimiento (DD) es simplemente el número de desviaciones estándar que hay entre el valor de los activos y el punto de incumplimiento y se calcularía bajo este modelo con la siguiente fórmula:

$$DD = \frac{\ln \frac{V_0}{B_t} + \left( \mu - \frac{\sigma_V^2}{2} \right) t}{\sigma_V \sqrt{t}} \quad (2.11)$$

### 2.3.2 Modelo de Merton

La valuación por opciones financieras puede ser aplicada sobre los instrumentos corporativos, como son las acciones y la deuda. En este caso, el subyacente es el valor de los activos de la empresa y el proceso de difusión será un Movimiento Browniano Geométrico.

$$dV = (\alpha - \delta)Vdt + \sigma Vdz \quad (2.12)$$

Donde:

- $\alpha$ , representa el rendimiento esperado sobre la empresa.
- $\delta$ , es la tasa de pagos efectuados a los accionistas o acreedores (dividendos, cupones e intereses).
- $\sigma$ , es la desviación estándar del rendimiento de los activos de la empresa.
- $dz$ , es el proceso Wiener.

El caso particular del capital desarrollado por Merton (1974) se explica a continuación. Un accionista tiene un derecho residual sobre el flujo que genera la empresa. Si la deuda vence en  $t=0$ , recibirá la diferencia entre el flujo de efectivo libre menos la cantidad que se les deba entregar a los acreedores.

Si  $V > B$ , los acreedores recibirán B, (donde B es el valor nominal de la deuda) y el accionista obtendrá  $E = V - B$ , es decir, el importe residual derivado de la diferencia entre el valor de la empresa

menos el valor de la deuda. En cambio si  $V < B$ , el flujo del acreedor será igual a  $V=B$ , y el accionista no recibirá nada,  $E=0$ .

Como se puede observar, el valor de la empresa en el tiempo  $T$  ( $V_T$ ) es igual a la suma de la deuda en el tiempo  $T$  ( $B$ ) más el capital en el tiempo  $T$  ( $E_T$ ).

Considerando lo anterior, el capital puede asemejarse a una opción *Call* sobre el valor de los activos de una empresa en el tiempo  $T$  ( $V$ ) con precio de ejercicio igual a  $B$ .

$$E_T = \max(V_T - B, 0) \quad (2.13)$$

Utilizando la fórmula de Black & Scholes para la valuación de opciones europeas y tomando como la volatilidad del subyacente ( $\sigma$ ), la varianza de los rendimientos de una empresa ( $\sigma_V$ ), el valor del capital en  $t_0$  sería el siguiente (considerando que es una opción europea con vencimiento en  $T$ ):

$$E_0(V, T; B) = V_0 \Phi(d_1) - B e^{-rt} \Phi(d_2) \quad (2.14)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_0}{B}\right) + \left(r + \frac{\sigma_V^2}{2}\right)T}{\sigma_V \sqrt{T}} \quad (2.15)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_V \sqrt{T} \quad (2.16)$$

Donde:

- $V_0$ , es el valor total de mercado de los activos de la compañía en  $t_0$ .
- $V_T$ , es el valor total de mercado de los activos de la compañía en el tiempo  $T$ .
- $E_T$ , es el valor de mercado del capital accionario en el tiempo  $T$ .
- $E_0$ , es el valor de mercado capital accionario en el tiempo  $t_0$ .
- $B$ , es el valor de los intereses y del capital que deberá ser pagado en el tiempo  $T$ .
- $r$ , es la tasa libre de riesgo.
- $\sigma_V$ , es la volatilidad de los activos de la compañía (se asume homocedástica).
- $\sigma_E$ , es la volatilidad del capital accionario.
- $\Phi(*)$ , es la función de distribución normal estándar acumulada.
- $T$ , es el vencimiento de la deuda.

De acuerdo con este modelo, el valor de la deuda hoy es igual a la diferencia entre  $V_0$  y  $E_0$  y la probabilidad neutral de incumplimiento neutral al riesgo de una entidad se obtendría como la  $\Phi(-d_2)$ .

Para calcular esta probabilidad se necesita conocer el valor de mercado de todos los activos de la compañía así como la volatilidad de los mismos; desafortunadamente estos valores no son observados directamente en ninguno de los reportes que emiten las empresas y tampoco se pueden desprender de alguno de los indicadores de mercado.

Si la empresa que se está analizando cotiza en algún mercado, se puede obtener tanto el valor de mercado del capital accionario, multiplicando el número de acciones en circulación por el precio de mercado de éstas, así como la volatilidad del rendimiento del precio de las acciones.

Con estas variables y considerando el resultado del cálculo estocástico (Lema de Itô) se tendría la siguiente ecuación:

$$\sigma_E E_0 = \frac{\partial E}{\partial V} \sigma_V V_0 \quad (2.17)$$

$$\sigma_E E_0 = \Phi(d_1) \sigma_V V_0 \quad (2.18)$$

Con este resultado y el de la ecuación (2.14) se tendría un sistema completo de ecuaciones, por medio del cual se podrían obtener los valores de  $V_0$  y  $\sigma_V$ .

Una vez calculadas estas variables, el diferencial de crédito o lo que es lo mismo, la diferencia entre el rendimiento a vencimiento de un instrumento riesgoso y una tasa libre de riesgo bajo las mismas condiciones, se obtendría de acuerdo con el procedimiento descrito por Teixeira (2005):

$$\text{Diferencial de crédito} = -\frac{1}{T} \ln \left[ \Phi(d_2) + \frac{V_0}{B e^{-rT}} \Phi(-d_1) \right] \quad (2.19)$$

Como se puede observar de las fórmulas anteriores, bajo este modelo el diferencial de crédito únicamente depende de la razón de la deuda al valor de mercado de la empresa, de la madurez del instrumento de deuda y de la volatilidad de los activos.

### 2.3.3 Modelos de Denzler *et al.* (2005)

En la valuación de las opciones resulta necesario suponer que no existen oportunidades de arbitraje, “No existen oportunidades de arbitraje si y sólo si existe una medida de probabilidad neutral al riesgo” (Pliska, 1998).

Para soportar lo anterior, también es importante suponer que los individuos son neutrales al riesgo<sup>1</sup>, por lo que no es necesario que una inversión ofrezca una prima adicional por el riesgo tomado, en consecuencia, la tasa mínima de retorno que se espera sobre una inversión es la tasa libre de riesgo y el valor futuro de las opciones deberá ser descontado a esta tasa, pero tanto el mercado como los compradores deben evitar que sea un medio para obtener ganancias extranormales, para lo cual se deben eliminar todas las posibles oportunidades de arbitraje.

Por dicha razón, el valor de este instrumento debe ser el “justo”, es decir, el que sea percibido por todo el mercado. Para conocer ese valor deben aislarse todos los posibles factores de subjetividad, como es el caso de la tasa de descuento. El modelo que toma en cuenta este problema es el de la valuación por “*martingalas*”, el cual descuenta los valores esperados a la tasa libre de riesgo y bajo unas probabilidades sintéticas denominadas “probabilidad neutral al riesgo”.

### Probabilidades neutrales al riesgo de incumplimiento

<sup>1</sup> Un individuo es neutral al riesgo, cuando no espera recibir una prima adicional sobre su inversión en un activo riesgoso.

Bajo un argumento similar al utilizado en la valuación de las opciones financieras, Denzler *et al.* (2005) calcularon la probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento suponiendo que se ha invertido en dos bonos cupón cero, uno libre de riesgo y el otro riesgoso, ambos con valor nominal igual a  $\bar{F}$  y fecha de vencimiento en  $T_j$ . En el caso del bono riesgoso, el flujo al vencimiento es de  $F$ ; pero el valor esperado de sus flujos se calcularía con la probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento, como se muestra a continuación:

$$E_Q[F] = q_{j,i}R\bar{F} + (1 - q_{j,i})\bar{F} \quad (2.20)$$

Donde:

- $E_Q[F]$  es el valor esperado bajo la probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento de un bono riesgoso.
- $q_{j,i}$  es la probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento, con fecha de vencimiento del instrumento en  $j=1, \dots, m$ . Por otro lado,  $i$  representa el índice de la serie de tiempo, el cual va de 1 hasta  $n$ .
- $R$  es la tasa de recuperación, es decir el porcentaje que es pagado del principal en caso de incumplimiento.
- $\bar{Y}_{j,i}$  es la tasa de mercado de un instrumento libre de riesgo crédito.
- $Y_{i,j}$  es la tasa de rendimiento de un instrumento riesgoso.

En términos generales, la esencia de la fijación bajo neutralidad al riesgo, es que ambas inversiones ofrezcan el mismo rendimiento, tal que el valor esperado bajo la probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento de un bono cupón cero riesgoso, con fecha de vencimiento en  $T_j$  descontado con una tasa de mercado libre de riesgo crédito ( $\bar{Y}_{j,i}$ ) sea igual al valor de un bono riesgoso descontado a una tasa que incluye el riesgo de incumplimiento ( $Y_{j,i}$ ).

$$\frac{\bar{F}}{(1 + Y_{j,i})^{T_j}} = \frac{E_Q[F]}{(1 + \bar{Y}_{j,i})^{T_j}} \quad (2.21)$$

Sustituyendo la Ecuación 2.20 en la 2.21 y realizando algo de álgebra, se llega a la siguiente expresión:

$$(1 + Y_{j,i})^{-T_j} = [R + (1 - R)(1 - q_{j,i})](1 + \bar{Y}_{j,i})^{-T_j} \quad (2.22)$$

Con las ecuaciones anteriores se puede despejar la probabilidad neutral de incumplimiento, obteniéndose el siguiente resultado.

$$q_{j,i} = \frac{1}{1-R} \left[ 1 - \left( \frac{1+Y_{j,i}}{1+\bar{Y}_{j,i}} \right)^{-T_j} \right] \quad (2.23)$$

Donde:

- $q_{j,i}$  es la probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento, con fecha de vencimiento del instrumento en  $j=1, \dots, m$ . Por otro lado,  $i$  representa el índice de la serie de tiempo, el cual va de 1 hasta  $n$ .
- $T_j$  es el vencimiento del instrumento.

Cabe destacar que  $q_{j,i}$  representa la probabilidad de incumplimiento neutral al riesgo correspondiente al lapso de tiempo faltante para el vencimiento del instrumento de deuda, que en algunos casos puede ser mayor o menor a un año. Por lo cual, para la realización de algún análisis, Denzler *et al.*, sugieren anualizar esta probabilidad de la siguiente manera:

$$\tilde{q}_{j,i} = 1 - (1 - q_{j,i})^{\frac{1}{T_j}} \quad (2.24)$$

Donde:

- $\tilde{q}_{j,i}$  es la probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento anualizada, con fecha de vencimiento del instrumento en  $j=1, \dots, m$ . Por otro lado,  $i$  representa el índice de la serie de tiempo, el cual va de 1 hasta  $n$ .
- $q_{j,i}$  es la probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento, con fecha de vencimiento del instrumento en  $j=1, \dots, m$ . Por otro lado,  $i$  representa el índice de la serie de tiempo, el cual va de 1 hasta  $n$ .
- $T_j$  es el vencimiento del instrumento.

De igual forma, la tasa neutral al riesgo de incumplimiento puede ser derivada si se conoce la tasa real de recuperación ( $R$ ). En términos generales, se asume un valor genérico de 40% para todos los instrumentos, con base en estudios empíricos realizados por Frye (2000), Schuermann (2004), Altman y Kishore (1996), Acharya *et al.* (2004) y Hamilton *et al.* (2001). A pesar de ello, “el imponer una tasa de recuperación fija no se encuentra acorde con la realidad, dado que existe evidencia de que esta tasa de recuperación posee grandes variaciones con respecto a la media de los tipos de préstamos” (Hu (2004)).

Por su parte, Hull, afirma que las tasas de recuperación se encuentran negativamente correlacionadas con las tasa de incumplimiento. De hecho Hamilton, *et al.* (2005) efectuaron un análisis con datos de los bonos de Estados Unidos por el periodo comprendido entre 1983 y 2004, llegando a la siguiente relación lineal:

$$\text{Tasa promedio de recuperación} = 0.52 - 6.9 \times \text{Tasa promedio de incumplimiento} \quad (2.25)$$



Finalmente con la probabilidad neutral de incumplimiento se puede obtener el diferencial de crédito como se muestra a continuación:

$$s_{j,i} = Y_{j,i} - \bar{Y}_{j,i} \geq 0$$

$$s_{j,i} = \frac{1 + \bar{Y}_{j,i}}{\left[ R + (1 - R)(1 - q_{j,i}) \right]^{\frac{1}{T_j}}} - 1 - \bar{Y}_{j,i} \quad (2.26)$$

Donde:

- $s_{j,i}$ , representa el diferencial de crédito base adicionado a la tasa libre de riesgo crédito.

Como se comentó previamente, la probabilidad de incumplimiento y el consecuente diferencial de crédito no pueden ser determinados fácilmente por las empresas que no cotizan en las bolsas de valores, por lo cual Denzler, *et al.* (2006) sugieren dos modelos para el cálculo de los mismos: el *Brownian Motion Model* (BM) y el *Power Law Brownian Motion Model* (PLBM), los cuales serán explicados brevemente a continuación. Estos modelos, como lo mencionan dichos autores incorporan características de los Estructurales y de los de Forma Reducida.

### ***Brownian Motion Model* (BM)**

Denzler *et al.* (2006) desarrollaron este modelo tomando como base la valuación de los instrumentos de deuda con la teoría de opciones financieras propuesta por Black & Scholes (1973) y Merton (1974), así como los modelos de migración de las calificaciones de crédito y de las probabilidades de transición de crédito (cadenas de Markov).

Denzler *et al.* modelaron la calificación de crédito así como la distancia al incumplimiento (X) como un Movimiento Browniano general, con un nivel inicial igual a  $x_0$ , donde  $x_0 > 0$ , es decir:

$$X_t = x_0 + \sigma_X W_t \quad (2.27)$$

Donde:

- $\sigma_X$ , es la volatilidad del proceso X.
- $W_t$ , es un proceso Wiener.

Adicionalmente, suponen que existe una barrera mínima que corresponde al nivel de incumplimiento  $d$  y una vez que la empresa toca ese nivel no se puede recuperar. Para facilitar el cálculo se define a este nivel como cero ( $d=0$ ) y consecuentemente, se traslada el nivel inicial de  $x_0$ .

También asumen que el proceso X no tiene un *drift* y que comienza por encima del nivel de incumplimiento.

Asimismo, bajo este modelo se requiere que el proceso X nunca toque el nivel  $d$  durante toda la vigencia del instrumento.

De acuerdo con el desarrollo formal realizado por Karatzas y Shreve (1988), Harrison (1985) y Jeanblanc y Rutkowsky (1999), se establece la siguiente proposición:

**Proposición 1.** La probabilidad de tocar la barrera de incumplimiento durante el intervalo  $[0, T]$ , comenzando en  $t_0$  es la siguiente:

$$p(T) = 2 \left[ 1 - \Phi \left( \frac{x_0}{\sigma_x \sqrt{T}} \right) \right]$$

Invirtiendo la ecuación anterior, se llegaría a que el valor inicial del proceso X sería igual a:

$$x_0 = \sigma_x \sqrt{T} \Phi^{-1} \left( 1 - \frac{p(T)}{2} \right)$$

Donde:

- T es la fecha de vencimiento del instrumento de deuda.
- $p(T)$  es la probabilidad o frecuencia de incumplimiento (EDF) al vencimiento T.
- $\Phi$  (\*) es la distribución normal estándar acumulada.
- $\Phi^{-1}$  (\*) es la distribución normal estándar acumulada inversa.

Cuando Denzler *et al.* reformulan la ecuación anterior para un tiempo de madurez arbitrario  $T_j$  y utilizando la madurez de un instrumento a un año  $T_1$ , se obtiene la Proposición 2.

**Proposición 2.** La probabilidad real de incumplimiento en  $T_j$  es igual a:

$$p(T_j) = 2\Phi \left[ \sqrt{\frac{T_1}{T_j}} \Phi^{-1} \left( \frac{p(T_1)}{2} \right) \right]$$

Donde:

- $p(T_1)$ , es la probabilidad esperada o frecuencia de incumplimiento (EDF) con vencimiento en un año.
- $p(T_j)$ , es la probabilidad esperada o frecuencia de incumplimiento (EDF) con vencimiento en  $T_j$ .

Finalmente, los autores en comento suponen que la probabilidad real es igual a la probabilidad neutral de incumplimiento  $q_{j,i}$ , ya que su objetivo es aproximar el diferencial a crédito mediante una frecuencia neutral de incumplimiento implícita, con lo cual se obtiene que dicha probabilidad se puede calcular de la siguiente manera:

$$q_{j,i} = 2\Phi \left[ \sqrt{\frac{T_1}{T_j}} \Phi^{-1} \left( \frac{p_i}{2} \right) \right] \quad (2.28)$$

Donde:

- $p_i$  corresponde a la probabilidad esperada de incumplimiento (EDF) a un año.
- $q_{j,i}$  es la probabilidad neutral de incumplimiento hasta el vencimiento del instrumento en  $T_j$ . Esta probabilidad puede ser anualizada con la fórmula (2.24).

De acuerdo con el análisis empírico realizado por Denzler, *et al.* (2006) resultó que este modelo no describe adecuadamente los cambios repentinos en la calificación crediticia. Asimismo, asume que conforme el instrumento se aproxima a su vencimiento va perdiendo calificación, lo cual no se cumple necesariamente en todos los casos.

Considerando estas deficiencias, Dezler *et al.* desarrollaron otro modelo que considera la posibilidad de cambios repentinos en la calidad crediticia mediante un modelo Gaussiano de difusión (Muller et al 1990 y Di Matteo *et al.* 2005) llamado *Power Law Brownian Motion Model*, el cual será explicado en la siguiente sección.

### ***Power Law Brownian Motion Model (PLBM)***

Este modelo toma en cuenta la posibilidad de que el instrumento se degrade de manera repentina así como la asimetría en la calificación crediticia.

El PLBM simplemente incluye parámetros adicionales a la ecuación anterior llegando a lo siguiente:

$$\tilde{q}_{j,i} = 2\Phi \left[ c_i \left( \frac{T_1}{T_j} \right)^{\alpha_i} \Phi^{-1} \left( \frac{p_i}{2} \right) \right] \quad (2.29)$$

Cabe aclarar, que con esta fórmula se obtiene directamente la probabilidad neutral de incumplimiento anualizada.

Donde:

- $\alpha_i$  y  $c_i \in R$  deben ser estimados en cada momento en el tiempo  $t_i$ .
- $0 < \alpha_i < 1$ , describe el comportamiento empírico de las firmas en el mercado. Captura principalmente todos los movimientos (incluyendo los movimientos explosivos *scaling law*<sup>2</sup>) de las probabilidades neutrales con respecto a la fecha de vencimiento.
- $c_i \in R$ , describe el nivel total esperado de las probabilidades incumplimiento para todo el mercado y puede ser interpretado como la prima de mercado por el riesgo de crédito.

Denzler *et al.* estimaron ambos parámetros en cada momento en el tiempo  $t_i$  corriendo la siguiente regresión lineal, considerando todos los vencimientos de los instrumentos:

---

<sup>2</sup> Las leyes de escala (*scaling law*) son un concepto en la ciencia e ingeniería. Se refiere a las variables que cambian drásticamente dependiendo de la escala (tamaño) que se considera.

$$\ln \left[ \frac{\Phi^{-1}\left(\frac{\tilde{q}_{j,i}}{2}\right)}{\Phi^{-1}\left(\frac{p_i}{2}\right)} \right] = \ln c_i + \alpha_i \ln \left( \frac{T_1}{T_j} \right) + \varepsilon_j \quad (2.30)$$

Donde:

- $\ln \left( \frac{T_1}{T_j} \right)$  es utilizado como la variable independiente.
- $\ln \left[ \frac{\Phi^{-1}\left(\frac{\tilde{q}_{j,i}}{2}\right)}{\Phi^{-1}\left(\frac{p_i}{2}\right)} \right]$ , es la variable dependiente. Ésta se calcula dividiendo la verdadera probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento anual (ver ecuaciones 2.23 y 2.24) entre el EDF a un año.
- $\varepsilon_j$ , es una variable aleatoria independiente con  $E(\varepsilon_j) = 0$  y  $Var(\varepsilon_j) = \sigma_{\varepsilon_j}^2$

Es importante señalar, que con esta fórmula se calcula directamente la probabilidad neutral de incumplimiento anual, con lo cual el diferencial de crédito se obtendría sustituyendo el valor de esta probabilidad en la ecuación presentada anteriormente:  $S_{j,i} = \frac{1 + \bar{Y}_{j,i}}{[R + (1-R)(1 - \tilde{q}_{j,i})^{T_j}]^{1/T_j}} - 1 - \bar{Y}_{j,i}$ .

### Estadístico de prueba

Con el propósito de evaluar el ajuste de estos modelos y para poder realizar posteriormente inferencia, con aquél que ofrezca los mejores resultados, Denzler, *et al.* (2006) definen un estadístico denotado como G, cuyo cálculo será explicado a continuación.

Sea  $n \in N$ ,  $\mathbf{Z} = (Z_1 \dots \dots Z_n)$  un vector aleatorio, con realizaciones  $\mathbf{z} = (z_1 \dots \dots z_n) \in R^n$ , se denota al estimador de  $\mathbf{z}$  como  $\hat{\mathbf{z}} = (\hat{z}_1 \dots \dots \hat{z}_n) \in R^n$  y al estadístico que evalúa la bondad de ajuste como:

$$G := 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (z_i - \hat{z}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z}_i)^2} \quad (2.31) \quad -\infty < G \leq 1$$

$$\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i \quad (2.32)$$

Este estadístico de ajuste se aproxima a uno cuando el verdadero diferencial de crédito y los calculados bajo cada modelo son muy similares. Desviaciones muy grandes resultan en valores de G muy pequeños e incluso negativos.

### Estimación de los parámetros $\alpha_i$ y $c_i$ para inferencia

Si al aplicar los modelos propuestos por Denzler *et al.* en otros mercados, se obtienen los mismos resultados, es decir “el modelo PLBM aproxima en mayor medida los diferenciales de crédito reales” resulta indispensable pronosticar los valores de  $\alpha_i$  y  $c_i$  para la realización de inferencia.

Denzler, *et al.* efectuaron un análisis de la serie de tiempo resultante de la regresión y encontraron que el modelo que mejor describe el comportamiento de ambos parámetros es un modelo Autorregresivo.

Quedando la probabilidad neutral al riesgo anualizada con los parámetros estimados de  $\alpha_u$  y  $c_u$  para la realización de inferencia en el tiempo  $u$  de la siguiente manera:

$$\tilde{q}_{j,u} = 2\Phi \left[ c_u \left( \frac{T_1}{T_j} \right)^{\alpha_u} \Phi^{-1} \left( \frac{p(T_w)}{2} \right) \right] \quad (2.33)$$

## 2. Resultados de estudios previos

De acuerdo con el análisis de estudios anteriores, se puede desprender que son pocas las aplicaciones empíricas y que la mayor parte de ellas se han hecho sobre datos de mercados desarrollados, en especial con información de Estados Unidos de Norteamérica, por lo cual resulta relativamente “sencillo” obtener toda la información requerida por los modelos, por la gran diversidad y cantidad de bases de datos con que cuenta dicho país.

Algunos de los estudios efectuados con anterioridad, se presentan en la siguiente tabla, en la cual se señala la fecha de los artículos, los autores, el nombre de dichos artículos, el tipo de modelo utilizado y el país de origen donde se efectuó la investigación.

**Tabla 1. Estudios previos sobre el cálculo de los diferenciales de crédito**

	Fecha	Autor (es)	Nombre del artículo	Tipo de modelo	País de origen
1	1976	Jonathan E. Ingersoll, Jr.	<i>A Contingent- Claims Valuation of Convertible Securities</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
2	1977	Robert Geske	<i>The valuation of corporate liabilities as compound options</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
3	1984	Oldrich Alfons Vasicek	<i>Credit Valuation</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
4	1991	Robert B. Litterman y Thomas Iben	<i>Corporate bond valuation and the term structure of credit spread</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
5	1994	Hayne E. Leland	<i>Corporate Debt Value, Bond Covenants, and Optimal Capital Structure</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
6	1995	Robert A. Jarrow y Stuart M. Turnbull	<i>Pricing Derivates on financial securities subject to credit risk</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica/Canadá

	Fecha	Autor (es)	Nombre del artículo	Tipo de modelo	País de origen
7	1996	Hayne E. Leland y Klaus Bjerre Toft	<i>Optimal Capital Structure, Endogenous Bankruptcy, and the Term Structure of Credit Spread</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
8	1999	Pierre Collin-Dufresne; Robert S. Goldstein y J. Spencer Martin	<i>The Determinants of Credit Spread Changes</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
9	2000	Ronald Anderson y Suresh Sundaresan	<i>A comparative study of structural models of corporate bond yields: A exploratory investigation</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica/Bélgica
10	2002	Jan Ericsson y Joel Reneby	<i>The Valuation of Corporate Liabilities: Theory and Test</i>	Estructural	Canadá/Suecia
11	2003	Allan C. Eberhart	<i>A comparison of Merton's option pricing model of corporate debt valuation to the use of book value</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
12	2003	Gordon Delianedis y Robert Geske	<i>Information about rating migration and defaults</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
13	2003	Jing-Huang y Ming Huang	<i>How much of the Corporate Treasury Yield Spread is Due to Credit Risk</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
14	2004	Verónica Matalí Pallardo	<i>Valoración de Bonos Corporativos con negociación poco frecuente</i>	Estructural	España
15	2004	Charles Smithson y Gene D Guill	<i>Valoración de activos crediticios</i>	Estructural y de Forma Reducida	España
16	2005	Teixeira Joao	<i>An Empirical Analysis of Structural Models of Corporate Debt Pricing</i>	Estructural	Reino Unido
17	2006	Denzler, S., Dacorogna, M., Müller, A. y McNeil, A	<i>From Default. Probabilities to Credit Spreads: Credit Risk Models Do Explain Market Prices</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
18	1995	Sanjiv Ranjan Das y Peter Tufano	<i>Pricing Credit Sensitive Debt when interest rates, credit ratings and credit spreads are stochastic</i>	Forma Reducida	Estados Unidos de Norteamérica
19	1995	Francis A. Longstaff y Eduardo S. Schwartz	<i>A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt</i>	Forma Reducida	Estados Unidos de Norteamérica
20	1996	Dilip B. Madan y Haluk Unal	<i>Pricing the Risks of Default</i>	Forma Reducida	Estados Unidos de Norteamérica

	Fecha	Autor (es)	Nombre del artículo	Tipo de modelo	País de origen
21	1999	Gregory R. Duffee	<i>Estimating the Price of Default Risk</i>	Forma Reducida	Estados Unidos de Norteamérica
22	1999	Darrell Duffie y Kenneth J. Singleton	<i>Modeling Term Structure of Defaultable Bonds</i>	Forma Reducida	Estados Unidos de Norteamérica
23	2000	Jon Frye	<i>Depressing Recoveries</i>	Forma Reducida	Estados Unidos de Norteamérica
24	2001	Haluk Unal; Dilip Madan y Levent Güntay	<i>Pricing the Risk of Recovery in Default with APR (Absolute Priority Rule) Violation</i>	Forma Reducida	Estados Unidos de Norteamérica
25	2003	Pierre Collin-Dufresne; Robert S. Goldstein y Jean Helwege	<i>Is Credit Event Risk Priced? Modeling Contagion via the Updating of Beliefs</i>	Forma Reducida	Estados Unidos de Norteamérica
26	2008	Jun Pan y Kenneth J. Singleton	<i>Default and Recovery Implicit in the Term Structure of Sovereign CDS Spreads</i>	Forma Reducida	Estados Unidos de Norteamérica
27	2003	Carmen Badía, Merche Galisteo y Teresa Preixens	<i>Valoración de credit default swaps: Una aplicación del modelo de Hull-White al mercado español</i>	Forma Reducida	España
28	2003	Joost Driessen	<i>Is Default Event Risk Priced in Corporate Bonds?</i>	Forma Reducida	Holanda
29	2003	Gabriela Conde, Fabio Malacrida y Ricardo Selves	<i>Valuación de instrumentos sujetos a riesgos de crédito</i>	Forma Reducida	Uruguay

A continuación se presentan algunos de los resultados de los estudios presentados en la tabla anterior, explicando con mayor detalle aquéllos que llevaron a cabo análisis empíricos.

### Modelos Estructurales

1) Ericsson y Reneby (2002) toman como referencia los modelos de Black y Scholes; Merton; Black y Cox; Geske y Leland para la fijación de precios de los bonos. El gran aporte es que realizan un trabajo empírico con datos reales de la economía de EU. Para ello, utilizaron una gran muestra de bonos industriales de Estados Unidos de Norteamérica y aplicaron una metodología econométrica, basada en la propuesta de máxima-verosimilitud.

Los supuestos utilizados son los básicos de Black y Scholes (1973) y Merton (1974) acerca de la economía: están reguladas las oportunidades de arbitraje, los inversionistas son tomadores de precios, y la tasa de interés libre de riesgo no es estocástica. Se asume que los activos generan utilidades y éstas no son reinvertidas, a lo que se le llamaría flujo libre de riesgo.

Toman como ejemplo el modelo de Geske (1977), dado el cual el pago de los cupones es valuado como una opción compuesta. La bancarrota ocurre cuando el valor de los activos es tan bajo que los

accionistas no encuentran rentable cumplir con el pago de los cupones. El capital es valuado en el espíritu de Black y Cox (1976) y Leland (1994). Adicionalmente, se asume que la deuda crece a una tasa continua constante, también se incluye la deducibilidad de los intereses y la tasa corporativa de impuestos es denotada como  $t_x$ .

Al igual que en otros modelos, se supone que la firma cae en bancarrota cuando el valor de los activos toca un umbral ( $L_t$ ). En este caso se establece a  $R$  como la fracción de los activos pagada a los accionistas en caso de bancarrota y  $k$  es la proporción del costo de la bancarrota.

El valor del capital accionario es calculado como un valor esperado a través de una integral. Los bonos son valorados como una opción binaria (*down y out*).

La tasa de recuperación puede ser estimada con el promedio histórico de la industria o el promedio de la calificación crediticia.

Después de eliminar varias observaciones, los autores se quedaron finalmente con 141 bonos emitidos por diferentes firmas. Primeramente se calculó el precio de los bonos únicamente a través del precio de las acciones (modelo de Merton), en este caso el modelo tiende a subestimar el diferencial de crédito en cerca del 70%.

En el segundo modelo (resultante de la combinación de los modelos mencionados anteriormente) se incluyeron datos de los bonos, con lo cual se obtuvo un mejor ajuste, y se pudo concluir que grandes cambios en los diferenciales de crédito son causados principalmente por variaciones en el riesgo de incumplimiento del emisor o en la prima por liquidez, mientras que cambios pequeños son causados por “ruido” u otros factores que impactan en el diferencial de crédito de los bonos.

Finalmente, de conformidad con el análisis de los errores de forma individual, éstos pueden ser diversificables. Se corrieron dos regresiones para analizar los errores (se dividieron en positivos y negativos), con lo cual concluyó que cuando los errores son negativos, existe una mayor probabilidad de que la diferencia entre el valor real y el observado se deba a la falta de una prima por liquidez de los instrumentos.

2) Delianedis y Geske (2003) da un giro a las investigaciones anteriores, ya que provee la primera evidencia sobre la distribución de las probabilidades neutrales al riesgo de incumplimiento, pero calculando dichas probabilidades a través del proceso de difusión de Merton (1974) y de Geske (1977).

Los autores de este trabajo, modelaron la deuda de Merton como un portafolio para las deudas de corto plazo y otro para las deudas de largo plazo. Para lo cual, calcularon una serie de probabilidades neutrales al riesgo con la información de 600 a 1,000 firmas, durante el periodo comprendido de 1988 a 1999. Posteriormente, se analizó la relación entre esas probabilidades de incumplimiento y los eventos que provocan la migración en la calificación crediticia, considerando los movimientos al alza, a la baja y hacia el incumplimiento.

Los incumplimientos fueron estudiados utilizando los cambios en las calificaciones reportadas trimestralmente por Standard & Poor's. En adición a lo anterior, la muestra se dividió en aquellas entidades que con anterioridad ya habían sufrido una disminución o disminuciones en su



calificación, ya que podrían experimentar cambios más dramáticos en su probabilidad neutral de incumplimiento.

Asimismo, Delianedis y Geske (2003) encontraron que tanto el modelo de Merton como el de Geske (1977) producen probabilidades de incumplimiento que son capaces de pronosticar cuáles entidades poseen una mayor probabilidad de experimentar una migración en su calificación crediticia. En particular, el modelo de Geske (1977), incorpora múltiples oportunidades de incumplimiento, con lo que se puede estimar una estructura temporal de dichas probabilidades. Adicionalmente, las probabilidades de corto plazo de Geske (1977), reflejan la tendencia al incumplimiento en las deudas de corto plazo, por ello, se puede deducir que dichos pasivos aparentemente contienen información significativa acerca de la migración inminente en la calificación y en el incumplimiento.

Para finalizar con este trabajo, cabe señalar que tanto las migraciones en la calificación, como los incumplimientos son detectados meses antes del suceso, por consecuencia los inversionistas no parecen sorprendidos por el mercado, mientras que el incumplimiento también puede ser modelado como un proceso Poisson.

3) Huang y Huang (2003) siguen la línea de investigación de Collin-Dufresne *et al.* (1999), al modelar el valor de la firma con una variables estocástica discontinua a tramos. En adición, Huang y Huang intercalan diferentes supuestos económicos provenientes de diferentes estudios. Entre los cuales se encuentran, los de Longstaff y Schwartz (1995), Leland y Toft (1996), Anderson y Sundaresan (2000) y los de Anderson *et al.* (1996). A pesar de ello, estos modelos no capturan la intención de que la prima por riesgo de crédito puede ser potencialmente alta si se considera el hecho de que en algunos estados especiales de la economía asociados con altas probabilidades de incumplimiento podrían requerir altas primas por riesgo. Para investigar la validez de tal intuición, se estudiaron dos mecanismos a través de los cuales, la existencia de tales estados podrían provocar el establecimiento de altas primas de riesgo.

Por otro lado, afirman que no existe un consenso en la literatura acerca de qué porción del diferencial de crédito puede ser explicado por el riesgo de crédito. Por lo que en este trabajo se propone una nueva forma de calibrar basada en datos históricos de incumplimiento, con lo cual se puede obtener el diferencial de crédito, bajo diversas consideraciones económicas, con un modelo estructural de la valuación del riesgo de crédito.

De conformidad con estos autores el valor de los activos de la firma se comporta como un proceso de difusión con volatilidad constante más un posible salto. Por lo que en este trabajo se propone un nuevo modelo estructural con un proceso de difusión discontinuo del valor activos de la firma, a través de cual se pueden obtener soluciones analíticas tanto para el precio de los bonos como para las probabilidades de incumplimiento.

Los resultados del análisis fueron bastante similares a los obtenidos por otros investigadores con anterioridad. De conformidad con los cuales, el proceso de difusión siempre genera diferenciales de créditos muy pequeños en el corto plazo.

Con el objeto de obtener un mayor entendimiento sobre las primas de riesgo, se estudiaron modelos que incorporan primas de riesgo para diferentes estados de la economía con altas probabilidades de incumplimiento.

Se calibró el modelo original de Longstaff y Schwartz (LS) con tasas de interés estocásticas dadas por Vasicek (1984). Considerando los resultados obtenidos, el supuesto de las tasas estocásticas ofrece diferenciales aún menores que los del caso base.

Otra modificación que se efectuó sobre el modelo base fue establecer un límite de incumplimiento de manera endógena, es decir se consideró el modelo de Leland-Toft (LT), y en general fueron los mismos parámetros que los del modelo de LS excepto por la diferencia en la madurez de los bonos y por el hecho de que se incorpora un bono a perpetuidad, como lo hicieron Delianedis y Geske.

LT ofrece diferenciales de crédito más altos a los obtenidos con el modelo de LS, y en general los límites de incumplimiento resultaron más bajos que el valor nominal del bono.

El modelo de LT asume que las firmas tratan de retardar el incumplimiento, muchas de ellas emiten capital para efectuar los pagos de la deuda, por lo cual Anderson-Sundaresan-Tychon (1996) y Mella-Barrall-Perraudin (1997) (colectivamente AST\_MBP) asumen que las entidades, cuando incumplen, estratégicamente extraen concesiones de los acreedores cuando es posible. Con este incumplimiento estratégico, el diferencial de crédito puede ser mayor por el hecho de que los accionistas tienen una mayor disposición de negociar con los acreedores.

En tanto, Collin-Dufresne y Goldstein (2001) (CDG) proponen un modelo que incorpora la idea de que las firmas pueden ajustar sus niveles de deuda en respuesta cambios en el valor de la firma, lo cual provoca que la razón de apalancamiento estocástica siga un proceso de reversión a la media.

Los resultados obtenidos fueron muy similares a los del caso base, el diferencial más alto generado por CDG fue debido a que la probabilidad de incumplimiento más alta es manejada bajo el supuesto de que las entidades con alta calidad crediticia podrían incrementar su emisión de deuda, en lugar de incrementar su prima por alto riesgo de incumplimiento.

Dado que los altos niveles de riesgo de crédito son cíclicos, la prima de riesgo de mercado tiende a ser más alta cuando el nivel de riesgo de crédito es alto. Por lo tanto, un modelo que logre capturar tal variación podría ser capaz de predecir altas primas de riesgo crédito.

En este trabajo, se aplica un modelo que captura esas variaciones cíclicas. Generalmente, los activos de las firmas se encuentran correlacionados de manera positiva con los rendimientos de mercado agregados. Cabe señalar que el precio de los bonos no se ve afectado por cambios en las primas de riesgo de los activos debido a la fijación de precios a través de la probabilidad neutral al riesgo; no obstante, el efecto neto de la ciclicidad de los activos sobre los bonos corporativos puede provocar bajos precios (altos rendimientos al vencimiento) mientras éstos posean bajas probabilidades de incumplimiento.

4) Eom *et al.* (2004) evalúan empíricamente cinco modelos coyunturales para la fijación del precio de los bonos corporativos: Merton (1974), Geske (1977), Longstaff y Schwartz (1995), Leland y Toft (1996) y Collin-Dufresne y Goldstein (2001). Se probaron los modelos en una muestra de 182 precios de bonos provenientes de firmas con estructuras de capital simples durante el periodo de 1986-1997.

Ellos coinciden con otros estudios al mencionar que el incorporar tasas de interés estocásticas no presenta un gran impacto en la valuación.

Se eliminaron bonos cuya madurez era menor a un año y que son por lo tanto muy difíciles de negociar. Para mantener empresas con estructuras de capital simples, se seleccionaron firmas con uno o dos bonos públicos y se excluyeron los subordinados. Ello dejó una muestra de 682 bonos.

Posteriormente se obtuvieron cada uno de los parámetros necesarios para cada modelo. En el caso de la deuda se utilizó el valor en libros; la volatilidad del precio de la acción se estimó con el modelo de Autorregresivo de Heterocedasticidad Condicional (1,1) (conocido por sus siglas en inglés como *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* GARCH), tomando 150 días de rendimientos antes de la valuación. La tasa de recuperación se consideró externa al modelo, y de acuerdo con Keenan *et al.* (1999) el promedio sobre el valor nominal es 51.31%. Leland y Toft (1996) asumen la mitad de la firma, y en los modelos originales de Merton y Geske se asume una tasa de 100%.

Estos investigadores encontraron que todos los modelos tienen substanciales errores de predicción, y que estos errores difieren en signo y magnitud. Los cinco modelos tienden a generar extremadamente bajos diferenciales de crédito en bonos considerados “seguros” (generalmente bajo apalancamiento y baja volatilidad), y a generar altos diferenciales en bonos riesgosos.

Aunque tanto el modelo de Merton como el de Geske poseen una tendencia a subestimar el diferencial de crédito, el problema es menos severo en el segundo modelo, ya que al incorporar diferentes tipos de deuda se mejora el ajuste, y en ese sentido se encuentra más acorde con la realidad.

En contraste, el modelo de Leland sobreestima los diferenciales dado que no es sensible a movimientos en los parámetros. Por su parte, el modelo de Collin-Dufresne y Goldstein (2001) incorpora una tasa de interés estocástica así como la correlación entre el valor de la firma y la tasa de interés; sin embargo, se encontró que esta correlación no es importante empíricamente. Este modelo disminuye el problema de la excesiva dispersión en los diferenciales estimados, si la subestimación ocurre en firmas con razones de apalancamiento inferiores al endeudamiento objetivo, o si la sobreestimación se da en bonos cuyas razones de apalancamiento sobrepasan a las objetivo. El modelo en comento requiere de la estimación de diversos parámetros que no son necesarios en otros modelos.

En resumen estos cinco modelos tienen dificultades para predecir. Además se concluye firmemente que los supuestos sobre la tasa de recuperación pueden afectar fuertemente la varianza de las predicciones en los diferenciales de crédito.

5) Teixeira (2005) efectuó un estudio empírico con el propósito de evaluar el desempeño de tres modelos Estructurales para la fijación de precios de los bonos, entre ellos analizó el desarrollado por Merton (1974), para lo cual tomó una muestra de empresas estadounidenses no financieras con no más de tres tipos de bonos emitidos en dólares. Se analizaron 50 bonos durante el periodo comprendido de 2001 a 2004. En particular se evaluó el error de predicción en precios, rendimientos y diferenciales.

De acuerdo con el análisis realizado, Teixeira encontró que el modelo de Merton sobreestima en un 11% el precio de los bonos. Asimismo, encontró que subestima el diferencial de crédito en aproximadamente 76%.

6) Denzler *et al.* (2006) muestran que el PLBM aproxima en mayor medida el diferencial de crédito.

La calidad de los modelos se evaluó comparando los resultados obtenidos con cada uno de los modelos contra el diferencial actual, para lo cual se aplicó una medida de bondad de ajuste denotada como G.

Este estudio empírico fue realizado con la información del mercado de bonos Europeo a 10 años y con el índice Global de bonos de Estados Unidos de Norteamérica a 5 años, en ambos casos se consideró la información correspondiente al periodo comprendido de noviembre de 1995 a diciembre de 2004. En los dos mercados, el PLBM ofreció una aproximación muy cercana al diferencial real ofrecido por estos instrumentos.

Con la información del mercado de bonos a 5 años de Estados Unidos, el valor de  $G^3$  obtenido con el BM fue de -11.58 mientras que la G derivada del PLBM fue de 0.97, en tanto que para los bonos Europeos a 10 años el resultado de G bajo el BM fue de -49.96 y para el PLBM el valor de G fue de 0.94.

Como se puede observar el resultado de los dos estudios es muy similar; sin embargo, ambos mercados son economías desarrolladas y estables, por lo que el siguiente paso sería evaluar si se obtienen los mismos resultados en economías emergentes como es el caso de México.

### **Modelos de Forma Reducida**

Cabe recordar que estos modelos son los llamados de última generación, y tienen como principal diferencia con los Estructurales que no condicionan el incumplimiento con el valor de la firma.

1) El trabajo de Longstaff y Schwartz (1995) ha sido coyuntural para el desarrollo de otras investigaciones y es por ello que es ampliamente citado por diferentes estudios. Estos investigadores efectuaron una propuesta para valorar la deuda corporativa riesgosa, que incorpora tanto el riesgo de incumplimiento como el de tasa de interés.

Dichos autores derivaron una valuación de Forma Reducida y cerrada para la deuda con tasas de interés fija y flotante. Otra contribución que hacen es que permiten explícitamente la desviación de la prioridad absoluta en el pago en caso de quiebra.

Una importante implicación de los resultados encontrados es que los diferenciales de crédito para una entidad con riesgo de incumplimiento similar a otra pueden variar fuertemente si los activos de las firmas tienen diferentes correlaciones con las tasas de interés.

Adicionalmente, descubrieron que el precio de un bono de tasa flotante puede ser una función creciente de la madurez del mismo en algunas situaciones. Similarmente, el valor de la deuda con tasa flotante puede ser una función creciente de las tasas de interés. Otro punto que cabe resaltar de estos resultados, es que los diferenciales de crédito se encuentran fuertemente correlacionados de manera negativa con el nivel de las tasas de interés. Finalmente, pudieron ver que la diferencia en la duración de los bonos a través de las industrias y sectores es consistente con las diferencias en las correlaciones.

---

<sup>3</sup> Entre más se aproxime el valor de G a uno, significa que el ajuste es mejor.

2) Siguiendo las líneas de investigación de Longstaff y Schwartz (1995) y de Madan y Unal (1996), Duffee (1999) modeló la probabilidad de incumplimiento de manera que se pudiera correlacionar con las tasas libres de riesgo. Asimismo, manifestó que las probabilidades de incumplimiento y las tasas de recuperación varían estocásticamente a través del tiempo.

La probabilidad instantánea de que una firma caiga en incumplimiento sigue un proceso de difusión llamado *Translated Single Factor Square Root*. De acuerdo con Duffee (1999), el incumplimiento es modelado como un proceso de Poisson, mientras que los diferenciales de crédito se consideran como estocásticos, por lo cual fluctúan de acuerdo con el valor de la firma.

Adicionalmente, los diferenciales de los bonos de baja calidad parecen encontrarse relacionados sistemáticamente con variaciones en la estructura libre de riesgo.

Finalmente, reconocen que el modelo no es un completo éxito ya que existen unos parámetros de inestabilidad como son: los cambios en la calidad crediticia de la firma, y el hecho de que los rendimientos de los instrumentos de deuda reaccionan lentamente a los precios de las acciones.

3) Conde *et al.* (2003) desarrollaron una metodología que permite valorar los instrumentos sujetos a riesgo de crédito a partir de un conjunto reducido de variables observables en el mercado, en la línea de intensidad de *default*. Bajo este modelo, el trabajo plantea la existencia de un proceso estocástico que gobierna la eventualidad del incumplimiento. Dicho proceso está caracterizado por la intensidad de incumplimiento (*hazard rate*), la cual puede variar a lo largo del tiempo, así como de la tasa de recuperación  $R$ , la cual se considera exógena.

Los precios de los bonos emitidos por la “Entidad de Referencia” sujeta al riesgo de crédito constituyen la principal fuente de datos para estimar los parámetros necesarios a efectos de realizar la corrección por riesgo de crédito. Esta corrección se manifestará en una reducción del valor del título o del instrumento financiero, en comparación con el precio que tendrían estos instrumentos en un mundo libre de riesgo de incumplimiento.

De forma recursiva, se obtiene el precio del bono sujeto al riesgo de crédito, ya que bajo los supuestos considerados, el valor de un bono se iguala a la suma de los bonos cupón cero subyacentes; propiedad que se conoce como “Aditividad”.

Plantean que las tasas de interés son deterministas, bajo las cuales, la estructura temporal del incumplimiento estimada permanece inalterada y el único costo por no haber incorporado la prima por liquidez, recaerá sobre la magnitud de la tasa de recuperación, la cual resultará infravalorada.

4) Collin-Dufresne *et al.* (2003) reconocen la importancia de la liquidez de los instrumentos en la fijación de los diferenciales de crédito; por lo cual proponen un modelo de Forma Reducida, de forma tal que los bonos cuyos emisores se encuentran en bancarrota tienen un precio, ya que éstos repercuten en el mercado y por lo tanto afectan los diferenciales de crédito de otros instrumentos. Los autores obtienen soluciones analíticas sin importar el número de firmas que compartan el contagio.

Asimismo, el modelo especifica el tamaño del salto así como el costo del mismo. Estos autores encontraron evidencia de que los diferenciales de crédito pueden variar considerablemente sin un

cambio perceptible en las probabilidades de incumplimiento, lo cual depende de la liquidez en el tiempo.

Para calibrar su modelo, los autores consideraron datos de 25 años, los cuales contienen información razonablemente buena sobre bonos. El periodo de análisis abarca de enero de 1973 a octubre de 1997.

Finalmente, de conformidad con el estudio realizado, encontraron que dando por hecho la discrepancia entre la probabilidad real y la neutral, el riesgo de contagio puede ser interpretado como un riesgo de liquidez, en lugar de una verdadera actualización de los riesgos de incumplimiento futuros.

5) Driessen (2003) presenta una descomposición empírica del incumplimiento, la liquidez y los factores fiscales que determinan el diferencial de crédito, así como los rendimientos de los bonos corporativos.

Este autor modela el incumplimiento como un proceso de salto (brinco) con intensidad estocástica. La intensidad estocástica es una función de factores comunes y específicos de una firma. En el modelo, los rendimientos en exceso de los bonos corporativos pueden ser debidos a primas por riesgo sobre factores manejados por las intensidades o bien pudieron tener su origen a primas por el riesgo del salto al incumplimiento, junto con los efectos de impuestos y liquidez.

Para estimar el modelo se utilizaron datos de los precios de bonos corporativos de 104 firmas de EU, así como datos históricos de las tasas de incumplimiento.

Se encontró que existe un premio importante en los factores comunes que manejan las intensidades, así como en los efectos por impuestos y liquidez. Esos componentes explican una buena parte el nivel de los diferenciales de crédito y de los rendimientos esperados sobre los bonos.

### **3. Taxonomía del mercado financiero mexicano**

Para poder implantar cualquiera de los modelos comentados en esta investigación, resulta indispensable conocer las características de la economía y la eficiencia de los mercados financieros.

El país que se ha seleccionado para aplicar los modelos Estructurales en futuras investigaciones ha sido el mexicano, debido a la “relativa” facilidad para obtener la información; no obstante cabe destacar que el análisis únicamente se efectuará sobre las empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores, ya que su información es pública.

Resulta importante destacar que aunque el análisis se va a realizarr sobre empresas que cotizan en la bolsa de valores, las pequeñas y medianas empresas (MiPyMEs) son importantes para la economía mexicana, ya que éstas constituyen el 99.9% de la economía, generan el 79.6% del empleo y aportan el 52% del Producto Interno Bruto (PIB).

Los criterios utilizados para clasificar a las empresas fueron establecidos por el Diario Oficial de la Federación del día 30 de marzo de 1999, lo que se enuncian a continuación:

De acuerdo con datos proporcionados por el Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI), las micro empresas (0-30 personas) conformaban el 98.2%; las pequeñas empresas (31-100 personas) constituían el 1.2%, y las medianas empresas (101- 500 personas) conformaban el 0.5%. En total, de acuerdo a esta clasificación, las micro, pequeñas y medianas empresas representaban el 99.9 por ciento de las firmas. El total de empresas registradas por el INEGI, en el resumen general de los censos económicos del 2004, fue de 3,005,157 unidades económicas registradas en el 2003<sup>4</sup>.

### **3.1 Características del tejido empresarial mexicano**

De acuerdo con Salas-Porras (1992), en México “todavía existe una alta concentración de capital en unas cuantas familias, que incluso en la actualidad temen perder el control del capital. A pesar de participar en el mercado de valores, el capital de los grupos económicos más grandes pertenece a una familia en proporciones no menores al 60%-70%, en la mayor parte de los casos. En cambio en EU. un grupo de grandes corporaciones se clasificó como totalmente controlado por intereses de los accionistas si un individuo o grupo de individuos relacionados detentaban por lo menos 10% de las acciones con derecho a voto o si detentaban 5% del capital y tenían una *fuerte participación* en el consejo de administración de la compañía”.

Asimismo esta autora comenta que las grandes necesidades financieras obligan a volverse públicas a las empresas y a circular acciones en los mercados nacionales e internacionales. Este proceso se acelera aún más debido a la interacción con agencias gubernamentales e internacionales cada vez más complejas que disponen de redes de información privilegiadas; con estructuras corporativas que participan en el proceso de toma de decisiones; con la fuerte competencia nacional e internacional así como con la globalización y acuerdos internacionales de diferentes tipos.

Para el caso mexicano, este proceso de bursatilización se encuentra muy retrasado en relación con el que se observa en los países industrializados, lo cual no resulta inesperado, dadas las peculiaridades del desarrollo capitalista en México.

Adicionalmente, la falta de ahorro y la escasez de fondos prestables en los mercados financieros internos favorecieron y han favorecido actualmente el establecimiento de vínculos muy estrechos entre bancos y empresas industriales, de esta forma los grandes empresarios garantizan su acceso al capital.

Por otro lado, de acuerdo con el estudio de Derossi (1971), el 25% de los miembros del directorio general de las grandes empresas eran los mismos accionistas con control mayoritario o sus parientes; el 31% eran expertos o administradores que no pertenecían a la familia; el 21% provenían de otras compañías y el 23% restante los aportaban los banqueros.

De acuerdo con la información contenida en el Anuario Financiero de 2007 publicado por la BMV, el 53% de las entidades emisoras tienen como director general a un pariente del propietario, en tanto que de esta muestra el 19% de las corporaciones tiene como propietario y director a la misma persona. Es decir, en el 72% de estas entidades no existe independencia entre propietario y director.

---

<sup>4</sup> Se presentan estos datos debido a que no se encontraron estadísticas más actualizadas.

Igualmente, las élites económicas del país, a la vez que creaban grandes empresas, distribuían sus capitales en distintas ramas de la actividad económica. Este proceso de diversificación se daba invirtiendo en empresas controladas por una tenedora o invirtiendo en empresas de grupos económicos aliados, cuyos accionistas llegaban a tener una cierta influencia sobre las decisiones, aunque la dirección se encontraba totalmente bajo la responsabilidad de la familia o grupo mayoritario.

En este caso el cruce de acciones entre los principales inversionistas de distintas empresas, ya sea del mismo grupo u otros grupos podría explicarse como una forma de reducir las dificultades financieras.

En contraste con el caso mexicano, el capitalismo gerencial desarrollado en los Estados Unidos de Norteamérica (EU.) durante las primeras décadas del siglo XX, hizo posible planificar y coordinar mecanismos de producción muy complejos.

Este individualismo norteamericano, condujo a la pulverización de las inversiones, producto de la activa emisión de bonos y acciones, lo cual ha favorecido el crecimiento económico de EU.

Asimismo, el acceso a inversionistas externos favoreció la profesionalización de las tareas administrativas y redujo el riesgo de las inversiones al diversificarse las carteras.

El proceso de separación en México ha sido muy lento debido a la alta concentración de capital en unas cuantas familias, que incluso actualmente temen perder el control del capital. Por el contrario, en EU. un grupo de grandes corporaciones se clasificó como totalmente controlado por intereses de los accionistas si un individuo o grupo de individuos relacionados detentaban por lo menos 10% de las acciones con derecho a voto o si detentaban 5% del capital y tenían una *fuerte participación* en el consejo de administración de la compañía”.

Por su parte, Familiar Calderón (2003) establece que el mercado de capitales se ha caracterizado por un estancamiento que se refleja en el limitado número de ofertas públicas iniciales de acciones y en la disminución de emisoras que cotizan en bolsa. Una forma de solucionar parte del problema del mercado de valores mexicano es mediante la implantación de mejores prácticas de gobierno corporativo.

El concepto de gobierno corporativo apareció en los países más desarrollados del oeste de Europa, en EU., Canadá y Australia como consecuencia de la necesidad que tenían los accionistas minoritarios de una empresa de conocer el estado que guardaba su inversión; esto es, querían saber qué se estaba haciendo con su dinero y cuáles eran las expectativas futuras. Lo cual provocó que los accionistas mayoritarios de un negocio así como sus administradores iniciaran un proceso de apertura de la información, simultáneamente de profesionalización y transparencia en el manejo del mismo.

En estos países, los recursos manejados por el mercado de valores, los fondos de pensiones, sociedades mutualistas, compañías de seguros, sociedades de capital de riesgo y otros similares, forman parte importante del sistema financiero y las necesidades de información sobre su inversión han sido definitivas en la incorporación a las empresas de las llamadas mejores prácticas.



De acuerdo con lo anterior, se define al gobierno corporativo como “al conjunto de principios que norman el diseño, integración y funcionamiento de los órganos de gobierno de la empresa, como son el Consejo de Administración y sus Comités de apoyo”.

De conformidad con el estudio efectuado por Castañeda (1998) sobre las características del gobierno corporativo de las empresas mexicanas la protección de los derechos de los accionistas calificaba entre las más bajas del mundo e incluso era inferior a la que presentaban otros países latinoamericanos, como Argentina y Chile.

En el ámbito internacional, si bien el desempeño financiero de las empresas sigue siendo uno de los criterios más importantes para evaluarlas, el gobierno corporativo se percibe como un punto cada vez más importante en dicha evaluación. Lo anterior, responde a la globalización del sistema financiero y de los flujos de capital, lo cual origina la preocupación por la forma en que funcionan los consejos de administración y la transparencia en la revelación de la información.

La experiencia internacional ha mostrado que entre mayor transparencia e información exista, mayor es la confianza de los inversionistas en los mercados. Asimismo, existe clara evidencia de que los países con poca protección a los inversionistas tienen como consecuencia mercados de valores y deuda pequeños y poco desarrollados, como es el caso mexicano. Adicionalmente, algunos investigadores han comprobado que los mercados de valores y deuda desarrollados contribuyen al crecimiento económico de un país, sobre todo en los sectores que son intensivos en capital. La concentración del control de la empresa en unos cuantos accionistas es el resultado de una protección legal pobre a los inversionistas.

De hecho al comparar el mercado de capitales mexicano con respecto al ámbito internacional, se puede desprender que aún le falta alcanzar un mayor grado de desarrollo, lo cual es debido en gran parte a la poca protección de los derechos de los accionistas aunado a la alta concentración accionaria.

### **3.2 Análisis financiero de algunas entidades mexicanas**

A continuación se efectuará un pequeño análisis donde se evalúe la liquidez, solvencia, productividad, rendimiento y apalancamiento de algunas entidades mexicanas que cotizan en la BMV. Los datos que se presentan en los siguientes gráficos es un promedio de los últimos cuatro ejercicios:

**Tabla 2. Razones financieras analizadas**

• Número de empleados
• Prueba del Ácido (Activo circulante-Inventarios)/Pasivo de corto plazo
• Razón de Apalancamiento (Pasivo total/Activo total)
• Razón de Productividad (Ventas netas/Activo fijo)
• Índice de Productividad (Utilidad neta/Activo total)

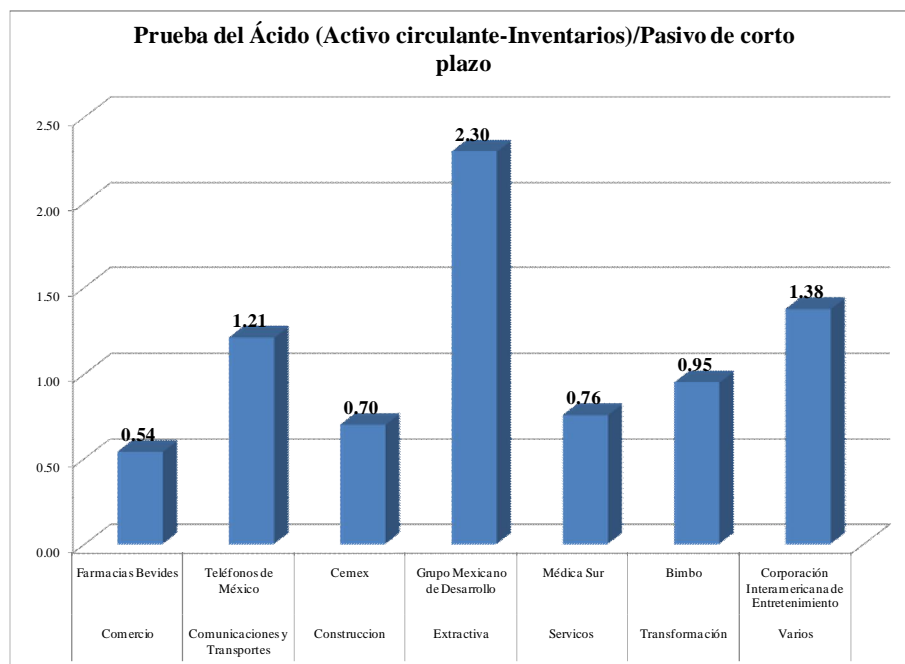
**Tabla 2. Razones financieras analizadas (continuación)**

• Razón de Solvencia (Activo circulante/Pasivo de corto plazo)
• Razón de Rendimiento (Utilidad neta/Capital contable)
• Tamaño de la empresa (Activo fijo/Activo total)

Se incluyó una empresa representativa por cada sector, catalogas de conformidad con los grupos establecidos por la BMV.

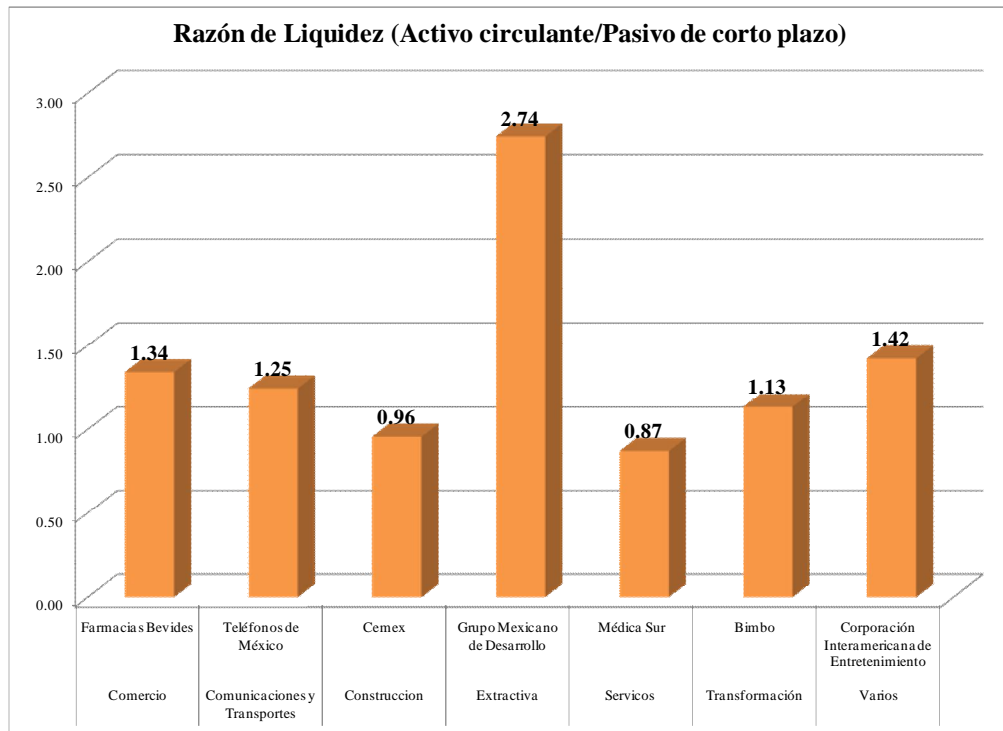
Se comenzará con la prueba del ácido, la cual significa cuántas veces el activo circulante, sin tomar en cuenta los inventarios, cubren los pasivos de corto plazo (Gráfica 1) y se finalizará con el tamaño de la entidad evaluada mediante su infraestructura y número de empleados..

**Gráfica 1. Prueba del Ácido**



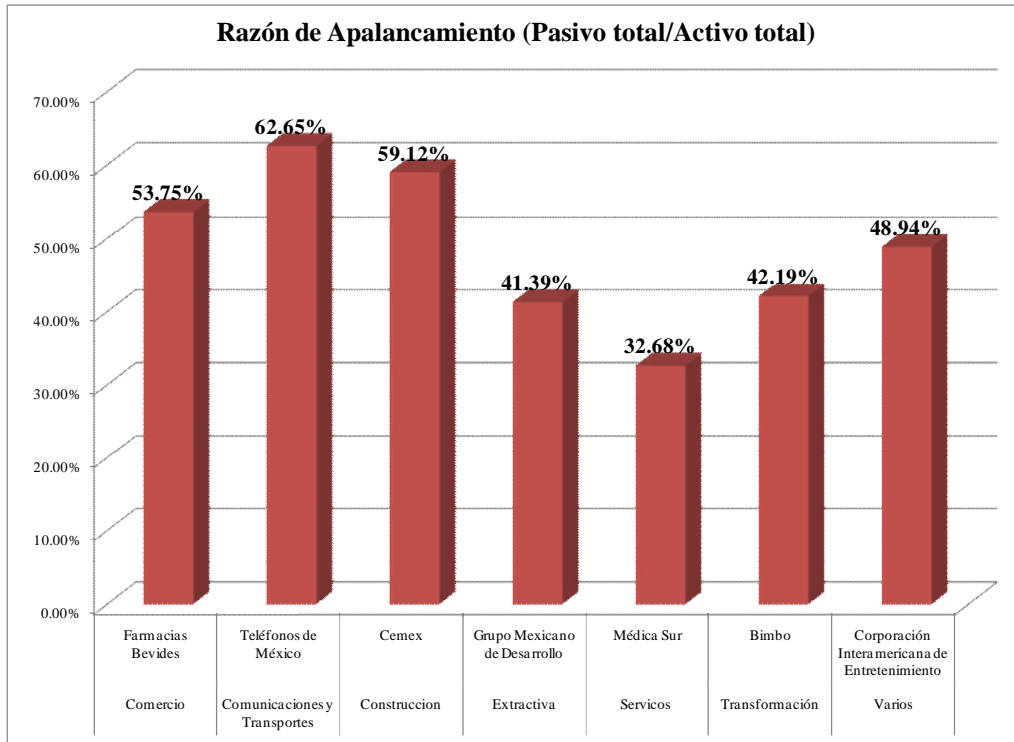
Como se puede desprender de la gráfica anterior, la empresa que se encuentra con una mayor solvencia es la Extractiva, ya que logra cubrir 2.3 veces el pasivo de corto plazo con el activo disponible sin considerar los inventarios. Mientras que la entidad con menor solvencia es la del sector Comercial, ya su razón financiera es de únicamente 0.54 veces.

**Gráfica 2. Razón de liquidez**



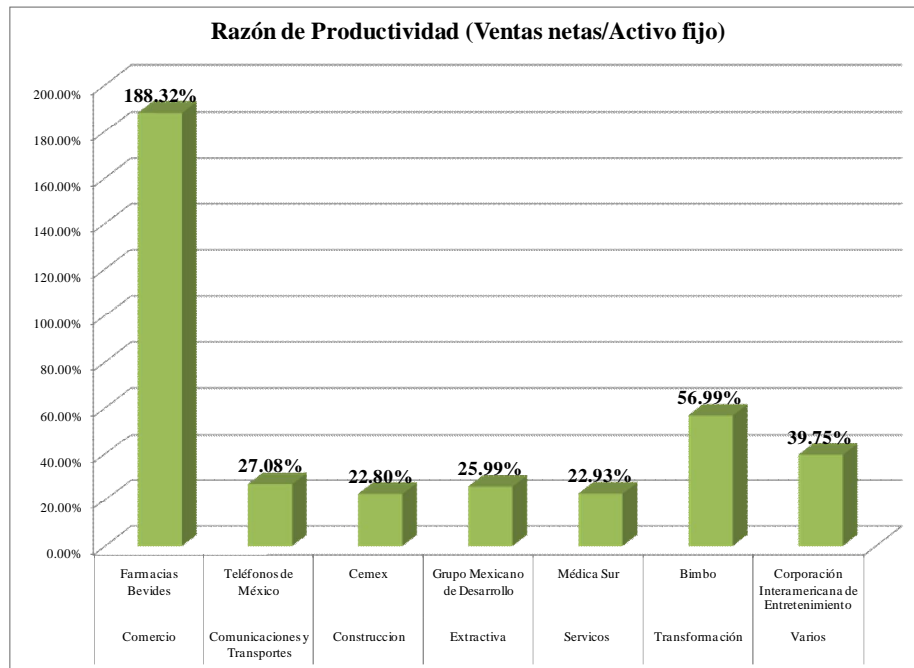
Consistentemente con la prueba de solvencia, la empresa del sector Extractivo es la que posee mayor liquidez, mientras que en este caso, la entidad del sector de Servicios es la que no alcanza a cubrir con sus activos circulantes sus pasivos de corto plazo.

**Gráfica 3. Razón de apalancamiento**



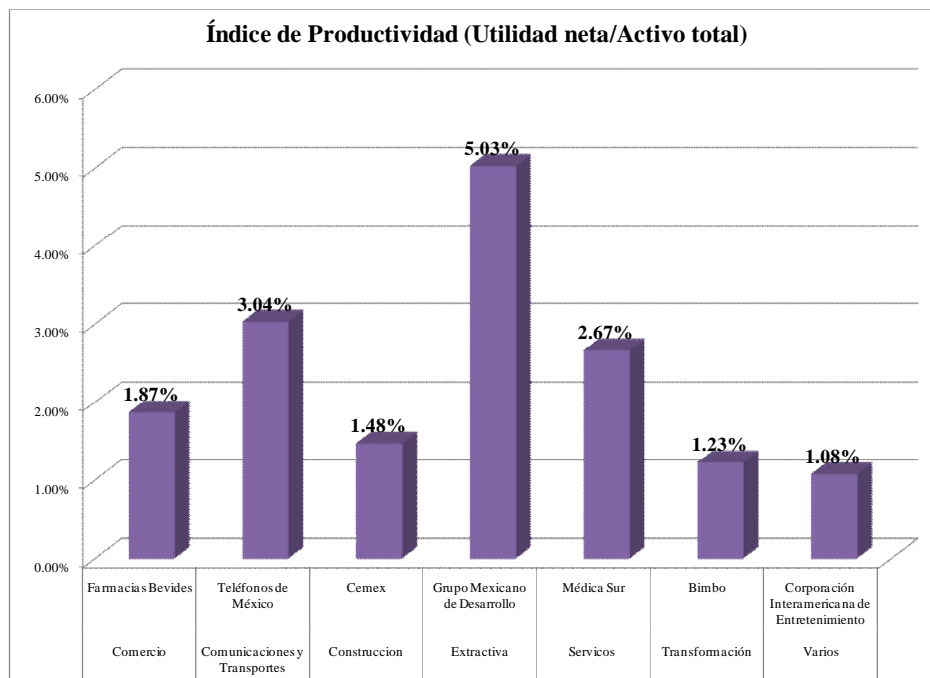
La firma que se encuentra con una mayor proporción de apalancamiento es la del sector de Comunicaciones y Transportes, lo cual resulta lógico por la infraestructura que se necesita para prestar estos servicios. La menos riesgosa, de conformidad con esta prueba es la del sector de Servicios, lo cual concuerda ya que es la que posee menor liquidez.

**Gráfica 4. Razón de productividad**



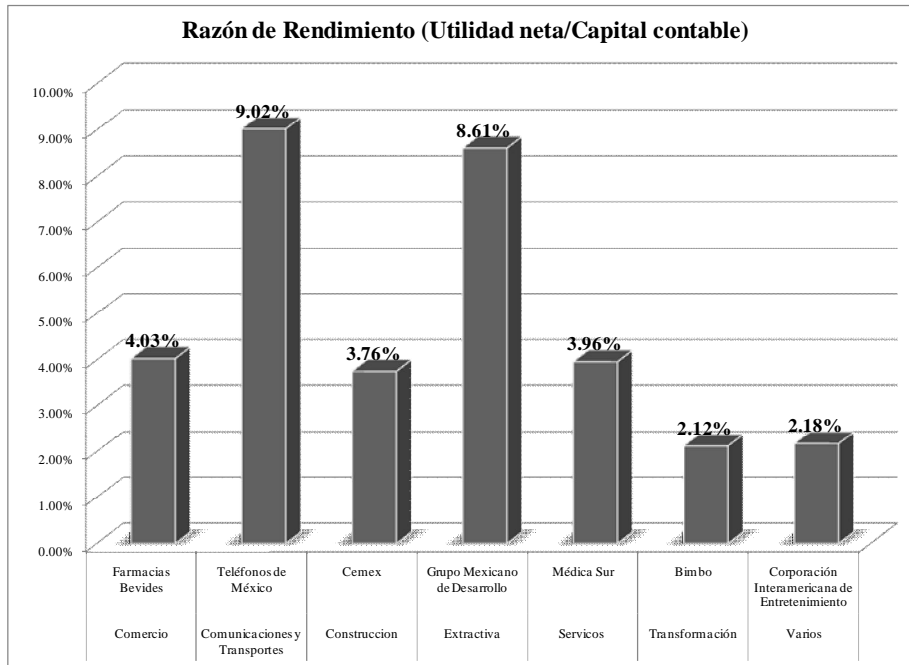
Esta razón indica por cada peso invertido en activos de larga duración cuánto se genera vía ventas. La que posee la mayor productividad es la del sector Comercial, con lo cual se demuestra que no necesariamente la compañía que más ingresos genera es la que posee la mayor liquidez. Todas las demás entidades tienen una razón similar, pero sobresale la del sector de la Transformación ya que por cada peso invertido genera casi 6 centavos.

**Gráfica 5. Índice de productividad**



Este índice al igual que el anterior analiza la productividad de los activos, pero en este caso se evalúa por cada peso invertido en activos totales cuánto se genera vía utilidades netas. De acuerdo con el gráfico anterior, la entidad que genera más utilidades netas por cada peso invertido en sus activos totales es la Extractiva. En contraste con el análisis de la Gráfica 3, existe una mayor oscilación entre firmas; la entidad que posee el menor índice de productividad es la que se encuentra en el sector de Varios. Como se puede observar no existe una relación directamente proporcional entre el endeudamiento y la productividad.

**Gráfica 6. Razón de rendimiento**

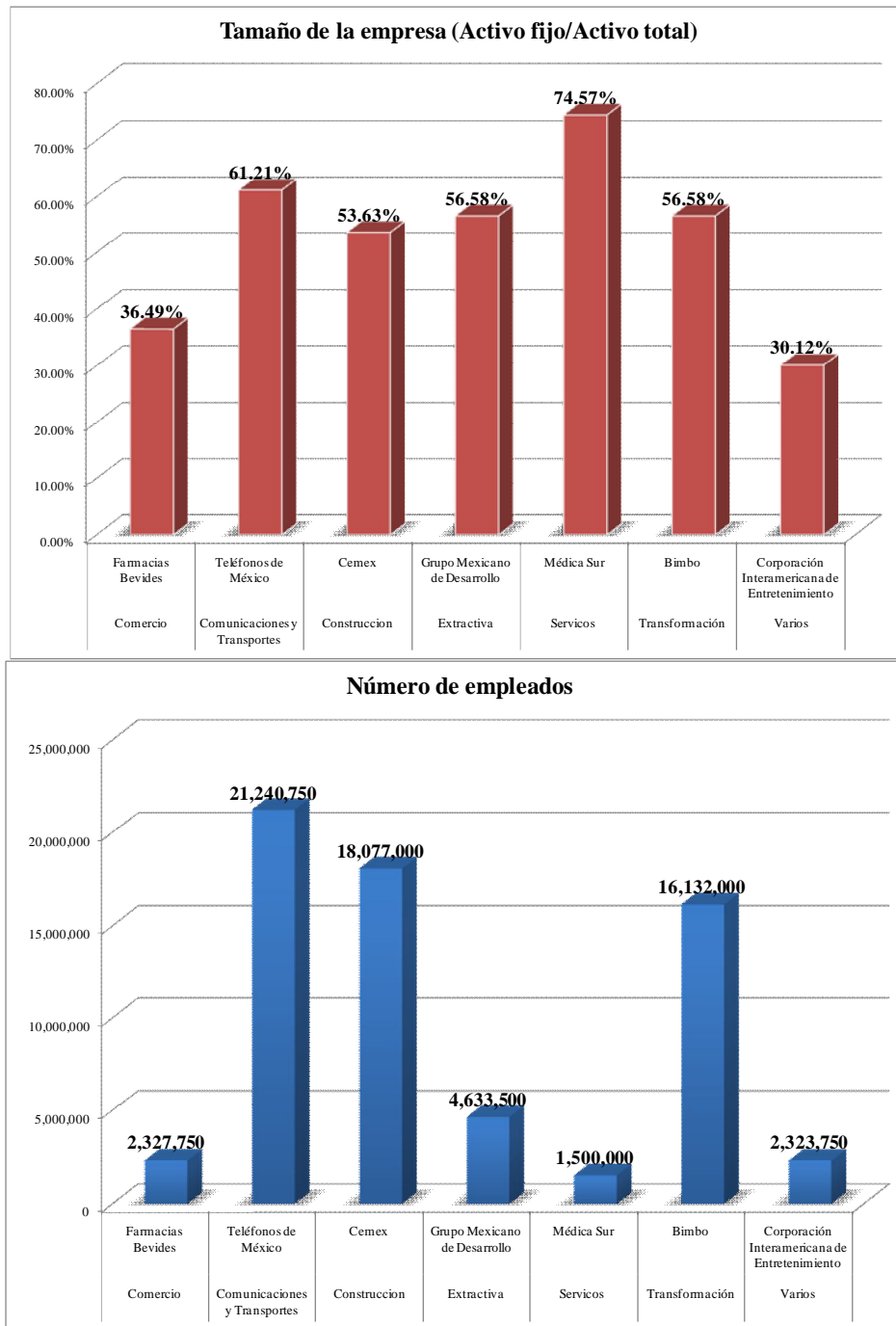


Con esta razón los inversionistas actuales así como los potenciales pueden evaluar cuánto les puede otorgar su inversión vía utilidades netas. De conformidad con la Gráfica 6, la organización más rentable por cada peso invertido en el capital es Telmex (sector Comunicaciones y Transportes); por otro lado, la empresa que genera un menor rentabilidad es la del sector de la Transformación.

En la Gráfica 7 se puede evaluar el tamaño de la empresa mediante la proporción que representa la inversión en inmuebles, maquinaria y equipo con respecto al total de activos; sin embargo esta razón puede resultar un poco engañosa ya que los activos de larga duración pueden encontrarse totalmente depreciados y eso disminuye el numerador de este cociente.

Derivado de lo anterior, se decidió evaluar el tamaño considerando el número de empleados.

**Gráfica 7. Análisis del tamaño de la compañía**



Como se puede desprender del Gráfico 7 no existe una relación directamente proporción entre la inversión en infraestructura y el tamaño de empleados. Si se evalúa el tamaño en función del número de empleados, la más grande es Telmex (sector Comunicaciones y Transportes) y la más pequeña es la de Servicios.

Asimismo, se realizó un análisis de correlación entre el tamaño de la compañía, medido a través del número de empleados, y cada una de las razones financieras presentadas anteriormente.

De conformidad con los resultados obtenidos, existe una correlación positiva entre el número de empleados y el nivel de apalancamiento (70%), en los demás casos los resultados del coeficiente son pequeños, por ejemplo no necesariamente a mayor número de empleados, la empresa es más productiva o bien posea una mayor razón de liquidez.

#### **4. Conclusiones y Aplicación futura de los modelos Estructurales**

Tomando en consideración que la información requerida para aplicar los modelos Estructurales resulta relativamente “sencillo” utilizarlos en la economía mexicana, ya que se puede efectuar una primera aproximación sobre las entidades que cotizan en la BMV que sirva de guía para las pequeñas y medianas empresas. En contraste, como se comentó anteriormente, para aplicar los modelos de Forma Reducida se necesita series de tiempo de las empresas que han caído en incumplimiento, formar la matriz de transiciones de largo plazo, determinar la probabilidad neutral de incumplimiento, la tasa media de los saltos de la probabilidad neutral de incumplimiento así como, la distribución de los mismo.

Las empresas que cotizan en bolsa tienen todos los elementos para aplicar los modelos sin ninguna dificultad ya que los factores requeridos se pueden calcular de acuerdo con las series de tiempo del precio de las acciones, tasas libres de riesgo crédito y con la información financiera pública disponible.

Si las empresas deciden aplicar los modelos desarrollados por Denzler *et al.* (2005) va a ser necesario que primero determinen la probabilidad de incumplimiento (EDF), por lo que para ello se va a requerir la adquisición del programa de cómputo desarrollado por Moody's, los demás parámetros se pueden obtener de empresas comparables que coticen en bolsa.

En lo que respecta a la tasa de recuperación se pueden aplicar algunas de las ecuaciones mostradas en la Sección 2 sobre las empresas que cotizan en bolsa y pronosticarlas agrupándolas de conformidad con la calificación crediticia que otorgue el sistema de Moody's.

Una de las dificultades que se pueden presentar al aplicar los modelos en el mercado mexicano, como se pudo derivar de la Sección 3, es la falta de eficiencia en los mercados financieros, ya que como se puede observar en el mercado mexicano existe falta de ahorro y escasez de fondos prestables, con lo cual los mercados financieros internos favorecieron y han favorecido actualmente el establecimiento de vínculos muy estrechos entre bancos y empresas industriales, de esta forma los grandes empresarios garantizan su acceso al capital, por lo que los diferenciales de crédito. Derivado de lo anterior, puede suceder que no exista una relación en los préstamos entre partes relacionadas y no relacionadas entre el riesgo de crédito y el diferencial de crédito que se fije sobre las deudas.

De acuerdo con Salas-Porras (1992) en México “todavía existe una alta concentración de capital en unas cuantas familias, que incluso en la actualidad temen perder el control del capital. A pesar de participar en el mercado de valores, el capital de los grupos económicos más grandes pertenece a una familia en proporciones no menores al 60%-70%, en la mayor parte de los casos”.

Para el caso mexicano, este proceso de bursatilización se encuentra muy retrasado en relación con el que se observa en los países industrializados, lo cual no resulta inesperado, dadas las peculiaridades del desarrollo capitalista en México.



Por otra parte, de acuerdo con el análisis de investigaciones previas se pudo observar que existe mucha literatura de carácter teórico, pero son pocas las aplicaciones empíricas y las realizadas se llevaron a cabo en economías desarrolladas, por lo que resulta importante verificar en investigaciones futuras la funcionalidad de estos modelos en economías emergentes, como es la mexicana y con ello se puede colaborar para evitar los grandes desastres económicos como el de 2008, efectuando préstamos sin antes evaluar la probabilidad de incumplimiento de las entidades o en su caso de los individuos.

## Bibliografía

- Acharya, V. V., Bharath, S.T., y Srinivasan, A. (2004). Understanding the Recovery Rates of Incumplimiento Securities. C.E.P.R. Working paper. London Business School, University of Michigan, University of Georgia.
- Adasme, O. Majnoni, G y Uribe, M. (2006). Calibración del Riesgo de Crédito en los países emergentes: La experiencia de Chile. Biblioteca virtual de la Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras de Chile (SBIF). pp. 1-30.
- Agrawal, A. y Nagarajan, N. (1990). *Corporate Capital Structure, Agency Costs, and Ownership Control: The Case of All-Equity Firms*, Journal of Finance 45. Vol. XLV. No. 4. pp. 1325-1331.
- Altman, E. (1968). *Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy*. The Journal of Finance. pp. 589-609.
- Altman, E. y Brenner, M. (1981). *Information Effects and Stock Market Response to Signs of Firm Deterioration*. Journal of Finance and Quantitative Analysis. Vol. XVI. No. 1. pp. 35-51.
- Altman, E. (1983). *Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy*. The Journal of Finance, pp. 589-609.
- Altman, E. y Kishore, V. (1996). *Almost Everything You Wanted to Know About Recoveries of Default Bonds*. Financial Analyst Journal. pp. 57-64.
- Altman, E. Brady, A. Resti A y Sironi, A. (2003). *Default Recovery Rates in Credit Risk Modeling: A Review of the Literature and Empirical Evidence*. Working Paper. Social Science Research Network
- Altman, E. Brady, A. Resti A y Sironi, A. (2005). *The Link between Default and Recovery Rates: Implications for Credit Risk Models and Procyclicality*. Journal of Business, Vol. 78, No. 6. pp. 2203-2228.
- Alfaro, R.; Gallardo, N. y Vio, C. (2010). *Análisis de derechos contingentes: Aplicación a casas comerciales*. División de Política Financiera. Banco Central de Chile. Vol.13. No. 1. pp. 73-81.
- Anderson, R.; Sundaresan, S. y Tychon, P. (1996). *Strategic Analysis of Contingent Claims*. European Economic Review. Vol. 40, pp. 871-881.
- Anderson, R. y Sundaresan, S. (2000). *A comparative study of structural models of corporate bond yields: An exploratory investigation*. Journal of Banking y Finance Vol. 24. pp. 255-269. E.U.
- Badía, C.; Galisteo, M y Preixens, T. (2003). *Valoración de credit default swaps: Una aplicación del modelo del Hull- White al mercado español*. Documents de Treball de la Facultat de Ciències Econòmiques I Empresariales. Barcelona, España. Biblioteca. Net. pp. 1-25.

- Beaver, W. (1966). *Financial Ratios as Predictors of Failure*. Journal of Accounting Research. pp. 603-613.
- Berle, Adolf, A.; Gardiner, M. (1968). *The Modern Corporation and Private Property*. Tenth printing (2009), copyright © 1991 by Transaction Publishers, New Brunswick, New Jersey.
- Black, F. y Scholes, M. (1973). *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*. Journal of Political Economy 81. pp. 637-659.
- Black, F. y Cox, J. (1976). *Valuing corporate securities: Some effects of bond indenture provisions*. The Journal of Finance Vol. 31. pp. 351-367.
- Bollerslev, J. (1986). *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasty*. Journal of Econometrics. Vol. 31. pp. 307-27.
- Bonilla, M.; García, L.; Martí, M. y Puertas, R. (2002). *Modelos no paramétricos en la determinación del spread en un mercado primario de renta fija*. Universidad de Valencia. Facultad de Economía. Valencia, España. Revista de Economía Financiera. No. 6. pp. 32-57.
- Bruche, M. (2007). *Estimating Structural Models of Corporate Bond Prices*. Centro de Estudios Monetarios y Financieros (CEMFI) Working Paper. Madrid, España.
- Casey, C. y Bartczak, N. (1984). *Cash Flow, It is not the botton line*. Harvard Business Review. pp. 61-66.
- Castañeda Ramos, G. (1998). *La empresa mexicana y su gobierno corporativo. Antecedentes y desafíos para el siglo XXI*. México. Alter Ego, S.A. de C.V.
- Cox, J., S. Ross, y M. Rubinstein (1979). *Option Pricing: A Simplified Approach*. Journal of Financial Economics 7. pp. 229-263.
- Crosbie, P. y Bohn, J. (2003). *Modeling Default Risk-Modeling Methodology*. Moody's KMV Company LLC. pp. 6-31.
- Collin-Dufresne, P.; Goldstein, R. y Spencer, J. (1999). *The Determinants of Credit Spread Changes*. Working Paper. Social Science Research Network.
- Collin-Dufresne, P y Goldstein, R. (2001). *Do Credit Spread Reflect Stationary Leverage Ratios?* Journal of Finance, 56. pp. 1929-1957.
- Collin-Dufresne, P.; Goldstein, R. y Helwege, J. (2003). *Is Credit Event Risk Priced? Modeling Contagion via Updating of Beliefs*. Working Paper. National Bureau of Economic Research.
- Conde, G.; Malacrida, F y Selves, R. (2003). *Valuación de Instrumentos sujetos a Riesgo de Crédito*. Biblioteca virtual del Banco Central de Uruguay. pp. 1-38.
- Cossin, D. y Pirotte, H. (2001). *Advanced Credit Risk Analysis. Financial Approaches y Mathematical Models to asses, Price, and Manage Credit Risk*. John Wiley & Sons, Ltd. NY, EU.
- Chan, K.C.; Karolyi, A.; Longstaff, F. y Sanders, A. (1992). *An Empirical Comparison of Alternative Models of the Short-Term Interest Rate*. The Journal of Finance. Vol. 47, No. 3. pp. 1209-1227. New Orleans, Louisiana.
- Dai, Q. y Singleton, K. (1998). *Specification Analysis of Affine Term Structure Models*. Research paper, Stanford University; forthcoming in Journal of Finance. Social Science Research Network.
- Das, S. y Tufano, P. (1995). *Pricing Credit Sensitive Debt When Interest Rates, Credit Ratings and Credit Spreads are Stochastic*. Journal of Financial Engineering, 5. pp. 161-198.

- Das, S. y Hanouna, P. (2009). *Implied Recovery*. Journal of Economic Dynamics and Control. Vol. 33. No. 11. pp. 1837-1857
- Delianedis, G. y Geske, R. (2003). *Credit Risk and Risk Neutral Default Probabilities: Information about Ratings Migrations and Default*. Working Paper. Social Science Research Network.
- De Lara Haro, A. (2002). *Medición y control de riesgos financieros*. 2da. edición, Editorial Limusa. México.
- Denzler, S., Dacorogna, M., Müller, A. y McNeil, A. (2005). *From Default. Probabilities to Credit Spreads: Credit Risk Models Do Explain Market Prices*. Finance Research Letters, Vol. 3, No. 2. pp. 79-95.
- Di Matteo, T.; Aste, T. y Dacoronga, M. (2005). *Long-term memories of developed and emerging markets: Using the scaling analysis to characterize their stage of development*. Journal of Banking y Finance. Vol. 29. pp. 827-851.
- Derossi, F. (1971). *Businesspeople; Entrepreneurship; Industrial policy; Investments, Foreign; Mexico*. Development Centre of the Organisation for Economic Cooperation and Development. Paris.
- Dixit, Avinash K., y Robert S. Pindyck. (1994). *Investment under Uncertainty*. Princenton University Press.
- Driessen, J. (2003). *Is Default Event Risk Priced in Corporate Bonds? The Review of Financial Studies* Vol. 18, No. 1. pp. 165-195.
- Du, Y. (2003). *Predicting Credit Rating and Credit Rating Changes: A new Approach*. Working Paper. Queen's School of Business.
- Dubofsky, D. (1992). *Options and Financial Futures: Valuation and Uses*. McGraw-Hill.
- Duffee, G. (1999). *Estimating the Price of Default Risk*. The Review of Financial Studies. Vol. 12. No. 1, pp. 197-226.
- Duffie, D. y Kan, R. (1996). *A Yield Factor Model of Interest Rates*. Mathematical Finance, 6. pp. 379-406.
- Duffie, D. y Singleton, K. (1999). *Modeling Term Structures of Defaultable Bonds*. The Review of Financial Studies Special. Vol. 12. No. 4. pp. 687-720.
- Duffie, D. y Singleton, K. (2003). *Credit Risk, Pricing, Measurement and Management*. Princenton University Press. UK.
- Duffie, D. y Lando, D. (2001). *Term structure of credit spreads with incomplete accounting information*. Econometrica. Vol. 69. No.3. pp. 633-664.
- Duffie, D. y Wang, M. (2005). *Multi-period corporate default prediction with stochastic covariates*. Journal of Financial Economics. Volume 83, No. 3. pp. 635-665.
- Eberhart, A. (2003). *A comparison of Merton's option pricing model of corporate debt valuation to use of book values*. Journal of Corporate Finance 11. pp. 401-426. E.U.A.
- Enders, W. (1995). *Applied Econometric Time Series*. John Wiley y Sons, Inc.
- Engle, R. 1982. *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom Inflation*. Econometrica 50. pp. 987-1007.
- Ericsson, J. y Renault, O. (2001). *Liquidity and Credit Risk*. Journal of Finance. Vol. 61. No. 5. pp. 2219-2250.
- Ericsson, J. y Reneby, J. (2002). *The Valuation of Corporate Liabilities: Theory and Test*. SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance.
- Eom, Y.; Helwege, J. y Huang J. (2004). *Structural Models of Corporate Bonds Pricing: An Empirical Analysis*. The Review of Financial Studies. Vol 17. No. 2, pp. 499-544.

- Escribano, F. (1998). *La gestión del riesgo de interés en carteras de renta fija arriesgada. Aplicación de la volatilidad condicional*. Biblioteca digital de la Universidad de Castilla-La Mancha, Facultad de Ciencias Sociales. pp. 1-22.
- Fama, E. y French, K. (1993). *Common risk factors in the returns on stocks and bonds*. Journal of Financial Economics. Vol. 33. North Holland. pp. 3-56.
- Fan, H. y Sundaresan, S. (2000). *Debt Valuation, Renegotiation, and Optima Dividend Policy*. The Review of Financial Studies Winter. Vol. 13 No. 4, pp. 1057-1099.
- Fernández, H.; Pérez, F. (2005). *El Modelo Logístico: Una Herramienta Estadística para evaluar el Riesgo de Crédito*. Revista de Ingeniería Universidad de Medellín, enero-junio, año/vol 4, número 006. Universidad de Medellín. Medellín Colombia. pp. 55-75.
- Fisco Agenda 2010, Correlacionada y Tematizada. México. Editorial ISEF.
- Foster, G. (1986). *Financial Statement Analysis*. Prentice Hall International Editions, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Frye, J. (2000). *Depressing Recoveries*. Federal Reserve Bank of Chicago in its Journal Emerging Issues. pp. 1-13.
- García, J.C. (2002). *Nuevas Técnicas de medición del riesgo de crédito. Metodología de Riesgo Corporativo, BBVA. España*. Revista de economía financiera. No. 5. pp. 86-114.
- Geske, R. (1977). *The Valuation of Corporate Liabilities as Compound Options*. Journal of Financial and Quantitative Analysis. Vol. 12, No. 4. pp. 541-552.
- Graham, J.; Campbell, H. (2001). *The Theory and practice of Corporate Finance: evidence from the field*. Journal of Financial Economics. Vol. 60. pp.187-243.
- Grajales, C y Pérez, F. (2008). *Modelo de tasa corta de Hull y White y Valoración de Bonos con opción Call*. Proyecto de Investigación sobre tasas de interés, cofinanciado con ISA. Medellín, Colombia.
- Guerrero, V. (1991). *Análisis Estadístico de Series de Tiempo Económicas*. UAM. México.
- Gupton, G.; Finger, C.; y Bhatia, m. (1997). *CreditMetrics-Technical Document*. JP Morgan Guaranty Trust Co.
- Gurrola, R. y López F. (2009). *Spreads de la deuda privada y riesgo sistemático en México*. Contaduría y Administración. No. 229. pp. 59-84.
- Hamilton, D.T., Gupton, G. y Berthault, A. (2001). *Default and Recovery Rates of Corporate Bond Issuers: 2000*. Moody's Investors Service, Global credit Research. pp. 5-60.
- Hamilton, D.T., Varma, S. Ou, S. y Cantor, R. (2005). *SpecialComment. Default and Recovery Rates of Corporate Bond Issuers, 1920-2004*. Moody's Investors Service, Global credit Research. pp. 2-40.
- Hanson, S. y Schuermann, T. (2006). *Confidence Intervals for Probabilities of Default*. Journal of Banking y Finance, Vol. 30. pp. 2281–2301.
- Harrison, J. (1985). *Brownian Motion and Stochastic Flow Systems*. John Wiley y Sohns, Inc.,
- Hicks, J.R. (1939). *Valor y Capital*. 3ª Ed. en español. Página VII. Ed. Fondo de Cultura Económica. México.
- Hu, Y. y Perraudin, W. (2002). *The Dependence of Recovery Rates and Defaults*. Birkbeck College, Bank of England and CEPR. pp. 1-25.
- Huang, J. y Huang M. (2003). *How Much of the Corporate-Treasury Yield Spread is Due to Credit Risk?* Working Paper. Smeal College of Business, Penn State University, University Park, New York University, Graduate School of Business Stanford University.

- Hull, J.C. y White A. (2000). *Valuing Credit Default Swaps I: no Counterparty Default Risk*. Journal of Derivates, 8, No. 1. pp. 20-40.
- Hull, J.C. y White A. (2000). *Valuing Credit Default Swaps II: Modeling Default Correlations*. Journal of Derivates, 8, No. 3. pp. 12-21.
- Hull, J.C. (2007). *Risk Management and Financial Institutions*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey, first edition, international edition.
- Hull, J.C. (2008). *Options, Futures and Other Derivates*. Prentice-Hall, 7<sup>th</sup>. edition.
- Ingersoll, J. Jr. (1976). *A Contingent-Claims Valuation of Convertible Securities*. Journal of Financial Economics 4. North-Holland Publishing Company. pp. 289-322.
- Insley, M.C. y Wirjanto, T.S. (2008). *Contrasting two approaches in real options valuation: contingent claims versus dynamic programming*. Working Papers. Department of Economics, University of Waterloo, Ontario.
- Jarrow, R. y Turnbull, S. (1995). *Pricing Derivates on Financial Securities Subject to Credit Risk*. The Journal of Finance. Vol. 50. No. 1. pp. 53-85.
- Jarrow, R. (2001). *Default Parameter Estimation Using Market Prices*. Financial Analysts Journal. Vol. 57, No. 5. pp. 75-92.
- Jeanblanc, M. y Rutkowski, M. (1999). *Modelling of Default Risk: An Overview*. Published in *Mathematical Finance: Theory and Practice*, Jiongmin Yong and Rama Cont, eds., Higher Education Press, Beijing, 2000, pp.171-269.
- Jones, E.P.; Scott, M. y Rosenfeld, E. (1984). *Contingent Claims Analysis of Corporate Capital Structures: an Emprical Investigation*. Journal of Finance. Vol. XXIX. No. 3. pp. 611-625.
- Karatzas, I. y Shreve, S. (1988). *Brownian Motion and Stochastic Calculus*. Springer-Verlag. Berlin Heidelberg New York, second edition.
- Keenan, S.; Shtogrin, I. y Sobehart, J. (1999). *Historical Default Rates of Corporate Bonds Issuers*. Moody's Investor Service. pp. 1920-1998.
- Korablev, I. y Qu, S. (2009). *Validating the public EDF<sup>TM</sup> model performance during the credit crisis*. Moody's KMV Company. pp. 5-27.
- Keasey, K. y Watson, R. (1986). *Current Cost Accouting and the Prediction of Small Company Performance*. Journal of Business Finance and Accounting. pp. 51-70.
- Kealhofer, S y Vasicek, O. (2003). *Quantifying Credit Risk I: Default Prediction*. Financial Analysts Journal. Vol. 59, No. 1. pp. 30-44.
- Koller, T.; Goedhart, M. y Wessels, D. (2005). *Valuation, Measuring and Managing the Value Companies*. Fourth Edition. John Wiley y Sons, Inc. Hoboken, New Jersey.
- Leland, H. (1994). *Corporate Debt Value, Bonds Covenants, and Optimal Capital Structure*. The Journal of Finance. Vol. XLIX. No. 4. pp. 1213-1248.
- Leland, H. y Toft, K. (1996). *Optimal Capital Structure, Endogenous Bankruptcy, and the Term Strcuture of Credit Spreads*. Journal of Finance. Vol. 51, No. 3. pp. 987-1019.
- Litterman, R. y Iben, T. (1991). *Corporate bond valuation and term structure of credit spreads*. The Journal of Portfolio Management. Vol. 17, No. 3. pp. 52-64.
- Longstaff, F. y Schwartz, E. (1995). *A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt*. The Journal of Finance. Vol. 50. No. 3. pp. 789-819.
- Macaulay, F. (1938). *Some theoretical problems suggested by the movements of interest rates, bond yields and stock price since 1856*. New York: Published in National Bureau of Economic Research.

- Madan, D. y Unal, H. (1996). *Pricing the Risks of Default*. Working Paper. The Wharton School. Financial Institution Center. University of Pennsylvania
- Matalí, V. (2004). *Valoración de bonos corporativos con negociación poco frecuente*. Trabajo de Investigación del Programa de Doctorado Interuniversitario en Finanzas Cuantitativas. No. 006. Universidad Complutense de Madrid; Universidad del País Vasco y Universitat de València. España. Biblioteca virtual de la Universidad de Valencia.
- Merton, R. (1974). *On Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates*. Journal of Finance, 29. pp. 449-470.
- Mella-Barral, P. y Perraudin, W. (1997). *Strategic Debt Service*. Journal of Finance, Vol. 52. pp. 531-566.
- Modigliani, F. y Miller, M. (1958). *The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment*. The American Economic Review. Vol. XLVIII. No. 3. pp. 261-297.
- Mora, A. (1995). *Utilidad de los modelos de precisión de la crisis empresarial*. Revista Española de Financiación y Contabilidad. Vol XXIV. No. 83. pp. 281-300.
- Müller, U.; Dacoronga, M; Olsen, R.; Pictet, O.; Schwarz, M. y Morgenegg, C. (1990). *Statistical Study of Foreign Exchange Rates, Empirical Evidence of a Price Change Scaling Law, and Intraday Analysis*. Journal of Banking y Finance. Vol. 14. No. 6. pp. 1189-1208.
- Superintendencia Financiera de Colombia. (2005). *Elección bajo condiciones de incertidumbre*. Biblioteca digital. Circular Externa 004. pp. 1-46.
- Normas de Información Financiera 2010. 4a. Edición. Instituto Mexicano de Contadores Públicos. Consejo Mexicano para la Investigación y Desarrollo de Normas de Información Financiera.
- Pan, J. y Singleton, K. (2008). *Default and Recovery Implicit in the Term Structure of Sovereign CDS Spreads*. Journal of Finance, Vol. 63. No. 5. pp. 2345-2384.
- Peel, M.; Peel, D. y Pope, P. (1986). *Predicting Corporate Failure: Some Results for the UK Corporate Sector*. Omega. Vol. 14. pp. 5-12.
- Pliska, S. (1998). *Introduction to Mathematical Finance, Discrete Time Models*. Blackwell Publishers Inc.
- Ross, S. (2005). *Corporate Finance*. McGraw-Hill Irwin. 7a. edición. E.U.
- Salas-Porras, A. (1992). *Globalización y proceso corporativo de los grandes grupos económicos en México*. Revista Mexicana de Sociología. Vol. 54. No. 2. pp. 133-162.
- Samaniego, R.; Trujillo, A y Martín, J.L. (2007). *Un análisis de los modelos contables y de mercado en la evaluación del riesgo de crédito: aplicación al mercado bursátil español*. Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa. Vol. 16. No. 2. pp. 93-110.
- Schuermann, T. (2004). *What Do We Know About Loss Given Default?* Working Paper. Forthcoming in D. Shimko (ed.), *Credit Risk Models and Management 2<sup>nd</sup> Edition*, London, UK: Risk Books.
- Smithson, C. y Guill, G. (2004). *Valoración de Activos Crediticios*. Risk España. WWW.RISK.NET. pp.30-33.
- Teixeira, J. (2005). *An Empirical Analysis of Structural Models of Corporate Debt Pricing*. Lancaster University Management School. Working paper. Paper provided by EconWPA in its series Finance.
- Trigeorgis, L. (1999). *Real Options, Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*. Fourth printing. The MIT Press.

- Trucharte, C. y Antuña, A. (2001). *Un sistema de clasificación (rating) de acreditados. España*. Informes y Publicaciones. Banco de España. Estabilidad Financiera No. 2. pp. 93-115.
- Unal, H.; Madan, D. y Güntay, L. (2001). *Pricing the Risk of Recovery in Default with APR Violation*. Paper provided by Wharton School Center for Financial Institutions, University of Pennsylvania in its series Center for Financial Institutions Working Papers.
- Useem, M. (1980). *Corporations and the corporate elite*. Annual Review of Sociology. Vol. 6. pp. 41-77.
- Vasicek, O. (1984). *Credit Valuation*. KMV. San Francisco, California, E.U. pp. 1-16.
- Vilariño, A. (2000). *La gestión del riesgo de crédito*. MDV Consultores. Ángel Vilariño Publicaciones. pp. 1-24.
- Whittred, G. y Zimmer, I. (1984). *Timeliness of Financial Reporting and Financial Distress*. The Accounting Review. pp. 287-295.
- Zamarripa, G. (2003). *Antecedentes de las prácticas de Gobierno Corporativo en México. El Gobierno Corporativo en México*. Instituto Mexicano de Ejecutivos de Finanzas, A.C. Fundación de Investigación. México.
- Zurita, F. (2008). *La predicción de la insolvencia de empresas chilenas. División de Política Financiera*. Banco Central de Chile. Volumen 11. No. 1. Chile. pp. 93-116.

#### ***Páginas de Internet consultadas***

- [www.bmv.com.mx/](http://www.bmv.com.mx/)
- <http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/>

#### ***Información de las empresas***

- Reportes Anuales 1998 a 2008

#### ***Otras Fuentes Bibliográficas***

- Anuario Financiero y Bursátil 2007, publicado por la Bolsa Mexicana de Valores.
- Base de datos privada de Datastream.
- Base de datos privada de Infosel Financiero.
- Base de datos privada de Moodys Investment Service.